1　応用数学

1－1 次の行列Aに関して，以下の問いに答えよ．ただし，a, b, cは正の実数とする．

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a & 2c^2 & 0 \\ b^2 & a & b^2 \\ 0 & 2c^2 & a \end{pmatrix}$$

（1） 行列Aが正則となる条件を示せ．

（2） 行列Aの固有値を求めよ．

（3） 行列Aが異なる３つの固有値を持つとき，行列Aを対角化せよ．

1－2　３次元空間の回転を表す行列Rについて以下の問いに答えよ．

（1） 行列Rは直交行列であることを示せ．

（2） 行列Rの行列式を求めよ．

（3） 行列Rとは異なる回転行列Sを考える．RとSの積も直交行列となることを示せ．

1－3　関数$f(\mathbf{r}) = a|\mathbf{r}|^2$に関して，以下の問いに答えよ．ただし，$\mathbf{r} = (x, y, z)$，$a$は実数定数である．

（1） ベクトル関数$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \nabla f(x, y, z)$を求めよ．

（2） （1）で求めたベクトル関数$\mathbf{F}(\mathbf{r})$の曲線$\mathrm{C}: (\cos t, \sin t, t)(0 \leq t \leq 2\pi)$に沿う積分が1のとき，$a$の値を求めよ．

2　コンピュータ工学

2－1　以下の文章は仮想記憶方式について解説したものである.空欄にもっとも適切な用語を用語リストから選んで記号で埋めて完成させなさい.

> 仮想記憶方式はハードディスクなどの（ア　　）を利用してコンピュータに実装されている主記憶装置よりも大きな記憶領域を仮想的に実現する仕組みである．仮想記憶方式は単に記憶領域を拡大するだけでなく，マルチプロセス環境で複数プロセスがそれぞれ使用するアドレス空間を主記憶装置上に重複しないように配置する機能も実現する．仮想記憶方式では，各プロセスが命令実行中に参照する（イ　　）アドレスは，主記憶装置固有の固定的なアドレスである（ウ　　）アドレスに変換された後にアクセスされる．この変換を行う論理回路が（エ　　）である．主記憶装置の容量には限りがあるので，命令が参照しようとするアドレスが主記憶上に配置されていないこともある．主記憶上に存在しないアドレスをアクセスしたときに発生する割り込みが（オ　　）割り込みである．この割り込みの動作は一般の割り込み処理と異なり，その割り込みを発生させた命令の実行をキャンセルして，直前の命令の完了時点の状態に戻って割り込み処理を開始する．

用語リスト
(A) 同期　(B) 非同期　(C) 物理　(D) 論理　(E) 一次記憶装置　(F) キャッシュ
(G) 補助記憶装置　(H)記憶管理機構　(I)ソフトウェア　(J)ページフォルト

2－2 コンピュータの命令で取り扱うデータ表現に関して，以下の設問に答えよ.

（1）整数を 16bit の 2 の補数形式で表現した場合の，（ア）上限（正の最大値）の 10 進数表記と（イ）その 16 進数表記，（ウ）下限（負の最小値）の 10 進数表記と（エ）その 16 進数表記を示せ.

（2）多くのコンピュータシステムはバイトマシンと呼ばれるアドレス方式を採用しており，記憶空間をバイト(8bit)単位でアドレスを定義している.バイトマシンでは 16bit 以上の整数を表現するときに，複数バイトを用いて内部表現する．この時，下位バイトを低アドレス値側に置くリトル・エンディアン（Little Endian）方式と上位バイトを低アドレス値側に置くビッグ・エンディアン（Big Endian）方式のいずれかを用いる.

10 進数の 256 を 16bit 整数（2の補数形式）としてのリトル・エンディアン方式でメモリ上のあるアドレスに記憶したとき，同じアドレスをビッグ・エンディアン方式で読み出したときの 10 進数値を求めよ.

裏へ続く

２－３　一般的なCPUの命令セットが提供するアドレッシングモードのうち，以下の(ア)～(エ)について，オペランド(操作対象となる数値・データ)がどこに存在するかを簡潔に説明しなさい．

(ア) 即値アドレッシング (Immediate Addressing)

(イ) レジスタ間接アドレッシング(Register Indirect Addressing)

(ウ) 絶対アドレッシング (Absolute Addressing)

(エ) プログラムカウンタ相対アドレッシング (Program Counter Relative Addressing)

２－４　図2-1の論理回路に関して、入力 X,Y に対する出力S, Cの真理値表を完成しなさい．

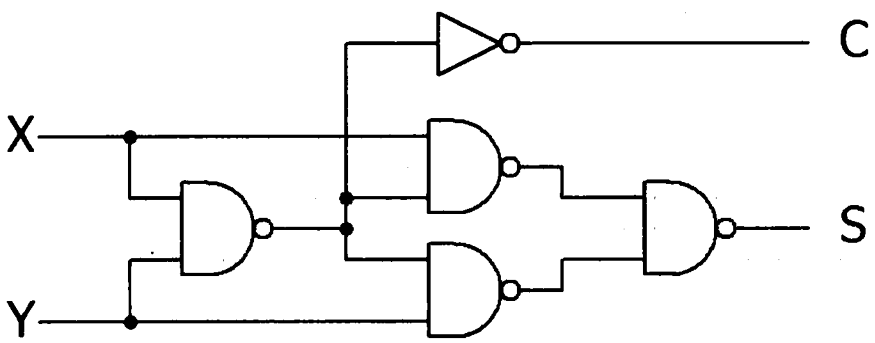


図 2-1

3　信号処理

3－1　実数信号 $x(t)$ が次式のように与えられている．

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \left(-\dfrac{1}{2} \leq t \leq \dfrac{1}{2}\right) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases}$$

このとき，以下の問題に答えなさい．

（1）　実数信号 $x(t)$ のフーリエ変換を求めなさい．ただし，信号 $x(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ は以下のように定義される．

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

ただし，$j = \sqrt{-1}$ であり，ω は角周波数である．

（2）　次式で定義される実数信号 $y(t)$ を求めなさい．

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) x(t-\tau) d\tau$$

（3）　実数信号 $y(t)$ のフーリエ変換 $Y(\omega)$ を求めなさい．

裏へ続く

3－2　離散時間信号 $x[n]$, $y[n]$ の z 変換をそれぞれ $X[z]$, $Y[z]$ とすると

$$X[z]=\sum_{n=0}^{\infty}x[n]z^{-n},\quad Y[z]=\sum_{n=0}^{\infty}y[n]z^{-n}$$

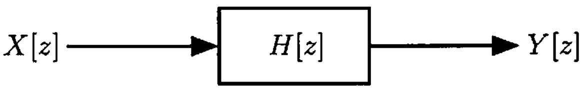
と表せる．ただし，$x[n]$, $y[n]$ とも $n<0$ で信号値が 0 である．このとき，以下の問題に答えなさい．ただし，離散時間線形システムはすべて因果システムであり，入力離散時間信号もすべて $n<0$ で信号値が 0 である．

（1）　離散時間信号のインパルス

$$\delta[n]=\begin{cases}1 & (n=0)\\ 0 & (\text{上記以外})\end{cases}$$

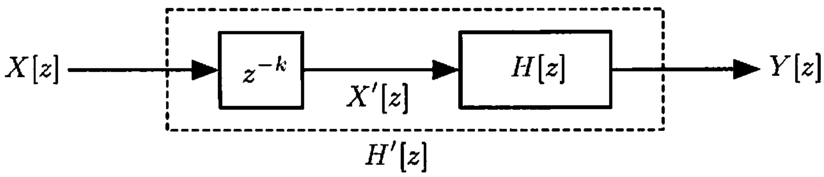
の z 変換が 1 であることを示しなさい．

（2）　下図のように，伝達関数が $H[z]$ である離散時間線形システムにおいて，入力離散時間信号を $x[n]$，出力離散時間信号を $y[n]$ とするとき，$H[z]=Y[z]/X[z]$ が成立する．



ここで，入力離散時間信号が $x[n]=\delta[n]$ であったとする．出力離散時間信号 $y[n]$ の z 変換 $Y[z]$ が $H[z]$ となることを示しなさい．

（3）　下図のように，伝達関数が $H[z]$ である離散時間線形システムの前段に k サンプル $(k\geq 0)$ の時間遅れを生成する遅延素子をおいた．



上図の点線で囲まれた部分を新たな離散時間線形システムと考え，その伝達関数を $H'[z]$ とする．$X'[z]=z^{-k}X[z]$ という関係を利用して，$H'[z]$ を z, k, $H[z]$ を用いて表しなさい．

（4）　（3）の $H'[z]$ の逆 z 変換を $h'[n]$ とする．$H[z]$ の逆 z 変換を $h[n]$ とするとき，$h'[n]$ を $h[n]$ を用いて表しなさい．

（5）　任意の離散時間信号 $x[n]$ (ただし $n<0$ で信号値 0) は

$$x[n]=\sum_{k=0}^{\infty}x[k]\delta[n-k]$$

と表すことができる．伝達関数が $H[z]$ である離散時間線形システムに上式の $x[n]$ を入力した．$H[z]$ の逆 z 変換を $h[n]$ とするとき，出力離散時間信号 $y[n]$ を $x[n]$ と $h[n]$ で表しなさい．