

北海道大学大学院情報科学学院
情報科学専攻
情報エレクトロニクスコース入学試験
令和4年8月18日 10:00～12:00

専門科目 1

受験上の注意

- ・机の上に置いてよいものは、筆記用具(鉛筆, 消しゴム, 鉛筆削りなど), 時計, 特に指示があったもののみである。
- ・時計は計時機能のみのものを使用し, アラームの使用を禁ずる。
- ・電卓, 電子手帳, 辞書の使用を禁ずる。
- ・携帯電話等の情報通信機器類は, 必ずアラームの設定を解除した上で電源を切っておくこと。
- ・問題冊子は, 本表紙を含め7枚ある(2枚目は白紙)。問題は, [1](応用数学), [2](半導体デバイス工学), [3](電磁気学), [4](電気回路), [5](電子回路), について各1ページである。問題冊子は回収しない。
- ・答案用紙の枚数は3枚である。[1]～[5]の計5問の中から3問選択し, 1枚につき1問を解答すること。
- ・答案用紙の裏面を使用してもよいが, その場合, 「裏面記載あり」と答案用紙おもて面の右下に記載すること。
- ・選択した問題の番号, 受験番号の誤記, 記入もれがないか, 各答案用紙を十分に確かめること。これらを別紙の選択問題チェック票にも記入し, 提出すること。
- ・草案紙の枚数は3枚である。草案用紙は回収しない。

[1] 応用数学

1. 微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2x-3}{x^2} \frac{dy}{dx} + \frac{2}{x^4} y = \frac{2}{x^6}$ に $x = -\frac{1}{u}$ なる変数変換を行うと

$\frac{d^2y}{du^2} - 3\frac{dy}{du} + 2y = 2u^2$ の形に帰着することを示し、微分方程式の一般解を求めよ。

計算過程を明示すること。

2. 以下の問いに答えよ。計算過程を明示すること。

(1) $\int_0^1 \sin(m\pi x) \sin(n\pi x) dx = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ \frac{1}{2} & (m = n) \end{cases}$ を示せ。ただし、 m, n は 1 以上の整数である。

(2) (1)を用いて、関数 $f(x) = \begin{cases} -x & (0 \leq x \leq 1/2) \\ x-1 & (1/2 \leq x \leq 1) \end{cases}$ を $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\pi x)$

と展開した。 A_n を求めよ。

3. 以下の問いに答えよ。ただし、 i, j, k をそれぞれ直交する x, y, z 軸正方向の単位ベクトルとする。計算過程を明示すること。

(1) 関数 $f(x, y, z)$ の勾配を F とする。また、曲線 C 上の点を $r(t) = x(t)i + y(t)j + z(t)k$ とする。曲線 C 上を $t=a$ から $t=b$ まで動くとき、線積分 $\int_C F(r) \cdot dr$ は積分路 C に依存しないことを示せ。ただし、 $a \leq t \leq b$ とする。

(2) ベクトル関数 G を $G = yzi + zxj + (xy+1)k$ とする。また、曲線 C_1 上の点を $r(t) = \cos t i + \sin t j + t^2 k$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) とする。曲線 C_1 上を $t=0$ から $t=2\pi$ まで動くとき、線積分 $\int_{C_1} G(r) \cdot dr$ を求めよ。

[2] 半導体デバイス工学

必要に応じて以下の記号ならびに数値を使え.

q : 電荷素量, 1.60×10^{-19} C

k_B : ボルツマン定数, 1.38×10^{-23} J/K

h : プランク定数, 6.63×10^{-34} J s

c : 真空中の光速, 3.00×10^8 m/s

ϵ_0 : 真空の誘電率, 8.85×10^{-12} F/m

n_i : Si 結晶の真性キャリア密度, 1.50×10^{16} m $^{-3}$

$\ln(10) = 2.30$

1. 次の文章を読み, 以下の問に答えよ.

(a)長さ 10 mm, 断面積 1 mm 2 のリン P 密度 1.50×10^{24} m $^{-3}$ の Si 結晶がある. (b)この Si 結晶に 3.00×10^{24} m $^{-3}$ の密度のホウ素 B をドーブし, Hall 効果により多数キャリアの移動度を計測したところ 0.01 m 2 /V \cdot s であった. なお, 温度は 298 K で, P と B は Si 結晶中に均一に分布し, すべてイオン化しているとする. また, Si 結晶のバンドギャップ E_g は 1.12 eV とし, 真性フェルミ準位 $E_i = E_g/2$ とする.

- (1) 下線部(a)の Si 結晶 (Si①とする) の少数キャリアの種類とその密度を有効数字 3 桁で求めよ.
- (2) Si①および下線部(b)の Si 結晶 (Si②とする) のフェルミ準位を, 価電子帯を基準として有効数字 3 桁でそれぞれ求めよ.
- (3) Si②の導電率と, 長さ方向に両端から電流を流した場合の電気抵抗を有効数字 3 桁で求めよ.
- (4) Si①と Si②を接合し, 熱平衡状態になったときのバンド図を, Si①, Si②が分かるようにして模式的に示せ. 伝導帯下端エネルギー E_C , 価電子帯上端エネルギー E_V , フェルミ準位 E_F を図中に示すこと. また, 内蔵電位 V_{bi} を有効数字 3 桁で求め, 図中に明記せよ.

2. 次の文章を読み, 以下の問に答えよ.

1 cm \times 1 cm の金属板の片面一面に(c)膜厚 100 nm の絶縁体を成膜した. その上に面積 1 mm 2 , 膜厚 20 nm の金属を成膜し, 上部電極とした. この金属/絶縁体/金属構造の容量を計測したところ 2.3 nF であった.

次に, この絶縁体 (膜厚 100 nm) をゲート絶縁膜として用い, p 型半導体板上に(d)n チャンネル MISFET を作製した. チャンネル長 L は 100 μ m, チャンネル幅 W は 500 μ m である. 伝達特性を計測したところ, しきい値電圧 V_{th} は +1 V であり, ゲート電圧 V_G を +5 V 印加したときの電子のチャンネル移動度 μ_n は 0.01 m 2 /V \cdot s であった.

- (1) 下線部(c)の絶縁体の比誘電率 ϵ_r を有効数字 2 桁で求めよ. コンデンサのエッジ効果は無視できるものとする.
- (2) 下線部(d)の MISFET の飽和領域における伝達コンダクタンス G_m を有効数字 2 桁で求めよ. なお, V_G を +5 V 印加したものとする.

[3] 電磁気学

電界，磁界に関する以下の問いについて，解答にいたる理由が分かるように答えよ．特に断らない限り真空中の誘電率 ϵ_0 ，透磁率 μ_0 を用いよ．

1. 図1のように導体球と導体球殻が真空中に同心に置かれている．導体球の半径は a ，導体球殻は内径 b ，外径 c ($c > b > a$) である．導体および導体球殻の初期電荷はゼロとする．

- (1) 導体球に Q_1 の電荷を与えた．導体球殻の内側と外側に誘導される電荷をそれぞれ答えよ．理由は省略して答えのみでよい．
- (2) さらに導体球殻に Q_2 の電荷を与えた．このときの電界の大きさと電位を導体球の中心からの位置 r の関数として求めよ．ただし，電位は無限遠をゼロとする．
- (3) さらに，導体球と導体球殻を導線で接続した．このとき，電荷分布がどうなるか答えよ．

2. 図2のような半径 a の導体球に電荷 Q を与えた．

- (1) 導体球面上の電荷の表面密度を求めよ．理由は省略して答えのみでよい．
- (2) 導体球を，その中心 O を通る z 軸のまわりに角速度 ω で回転させた．図に示す円輪 dS 上にある電荷の回転運動を電流 dI とみなし， dI を θ の関数として書け．
- (3) 円輪 dS 上の電流 dI が球の中心 O につくる磁束密度が $dB = \frac{\mu_0 Q \omega}{8\pi a} \sin^3 \theta d\theta$ と書けることを証明せよ．
- (4) 回転する導体球の全表面が中心 O につくる磁束密度 B を求めよ．

3. クーロンの法則を式で表し，その意味を説明せよ．次に，近接作用の立場からクーロンの法則を説明せよ．

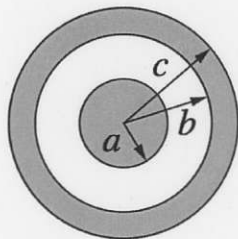


図1

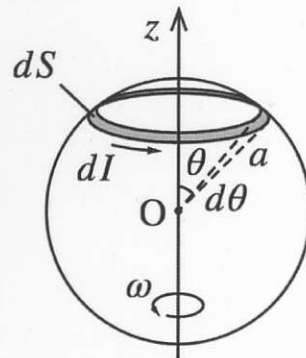


図2

[4] 電気回路

図1は、複素振幅 E で角周波数 ω の交流電圧源、抵抗値が r および R の抵抗器、自己インダクタンス L_1 および L_2 のコイルからなる回路である。 r は電圧源の内部抵抗、 R は負荷抵抗を表す。 M は L_1 と L_2 の間の相互インダクタンス、 I_1 および I_2 は回路を流れる複素電流である。破線で囲まれた部分に変圧器（変成器）をなしている。変圧器の電源側を1次側、負荷側を2次側と呼ぶ。この回路について以下の設問に答えよ。式や値を答えるとき、指定された文字の他に必要なものがあれば問題文中に与えられている文字を用いてよい。必要であれば虚数単位には j を用いよ。

1. 図1の回路の I_1 と I_2 が満たす回路方程式（連立方程式となる）を示せ。
2. 図1の回路の変圧器部分を相互誘導のない3つのコイルのみからなるT形回路に置き換えた回路全体の等価回路を示せ（導出過程は説明不要）。
3. 図1の回路の変圧器の1次側と2次側のコイルの巻数比が $n_1:n_2$ (n_1, n_2 は正整数) と表されるとき、それぞれのコイルの両端に現れる電圧の比も $n_1:n_2$ となるために L_1, L_2, M の間で満たされるべき関係式を示せ（関係式のみ示せばよい）。また、この関係式は電磁気学的にどのような状態を表すかを答えよ。
4. 図1の回路の変圧器は、前問3の性質を保ちつつ、さらに1次側と2次側の電流比 $I_1:-I_2$ （電流の方向に注意）が前問3の巻数比の逆比 $n_2:n_1$ とみなせるような近似を成り立たせることで理想変圧器を模擬することができる。 L_2 の値を任意に選ぶことにより図1の回路の変圧器で理想変圧器を模擬しようとするとき、 L_2 の大きさは R に対してどのような条件を満たせばよいかを答えよ。
5. 図1の回路の変圧器が前問3と4で求めた関係式と条件を満たし、理想変圧器を模擬した性質を持つとする。 R が可変であるとき、 R で消費される電力の時間平均値が最大となる R の値を L_1, L_2, r を用いて表せ。

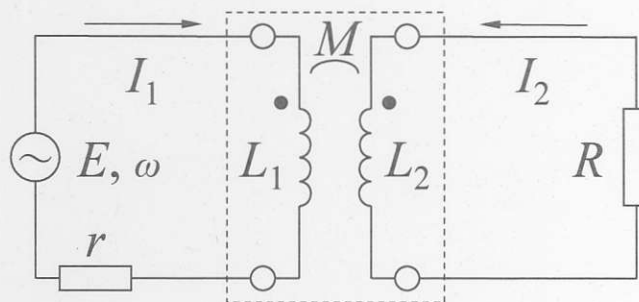


図1

[5] 電子回路

1. 図1は、nチャンネルMOS型電界効果トランジスタ (nMOSFET) のドレイン接地回路の小信号等価回路である。これについて、以下の問いに答えよ。

- (1) 出力電圧 V_{OUT} 、入力電圧 V_{IN} を用いて、nMOSFETのゲート-ソース間の電圧 V_{gs} を表せ。
- (2) nMOSFETの相互コンダクタンスを g_m 、出力抵抗を R_O 、負荷抵抗を R_L とする。ドレイン-ソース電流 $g_m V_{gs}$ が、 R_O と R_L からなる並列抵抗に流れ込んだ時に生じる電圧 V_{OUT} を求めよ。
- (3) 前問(1)、(2)で求めた V_{gs} と V_{OUT} から、電圧利得 $A_V (= V_{OUT} / V_{IN})$ を求めよ。次に、 $g_m R_O R_L \gg (R_O + R_L)$ の条件が成立する時、 A_V の近似値を求めよ。また、この条件が成り立つ図1のドレイン接地回路を特に何と呼ぶか、その別称を答えよ。

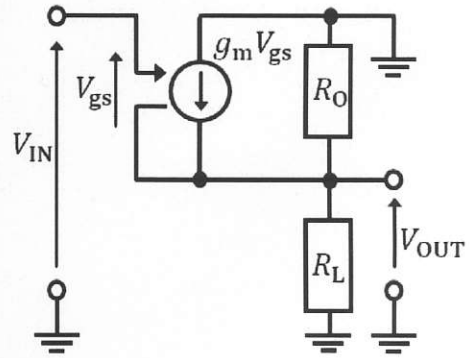


図1 ドレイン接地回路の小信号等価回路

2. 演算増幅器Aを用いた図2の回路について、 t を時間、入力電圧を $V_{IN}(t)$ 、出力電圧を $V_{OUT}(t)$ 、抵抗を R 、キャパシタの容量を C として、以下の問いに答えよ。

- (1) 演算増幅器Aの利得が ∞ の時、電位 V_- を求め、この状態を何と呼ぶか答えよ。
- (2) 電流 $I_R(t)$ 、 $I_C(t)$ の方向を図2の矢印の方向とする。前問(1)の条件が成立する時、抵抗に流れる電流 $I_R(t)$ を求めよ。さらに、容量 C のキャパシタに流れる電流 $I_C(t) (= C \cdot dV_{OUT}(t)/dt)$ を $I_R(t)$ で表せ。
- (3) 前問(2)で求めた $I_C(t)$ から、 $V_{IN}(t)$ 、 C 、 R を用いて、 $V_{OUT}(t)$ を表せ。ただし、 $t \geq 0$ 、 $V_{OUT}(0) = 0$ とする。また、この回路を何と呼ぶか答えよ。
- (4) 前問(3)で得られた $V_{OUT}(t)$ の結果で、 $V_{IN}(t) = V e^{j\omega t}$ (V は時間と周波数に依存しない定数、 ω は角周波数)とし、 ω が10倍になる時、 $V_{OUT}(t)$ の振幅は何倍になるか答えよ。またこの時、 $V_{OUT}(t)$ の周波数特性の減衰率は、何dB/decか答えよ。

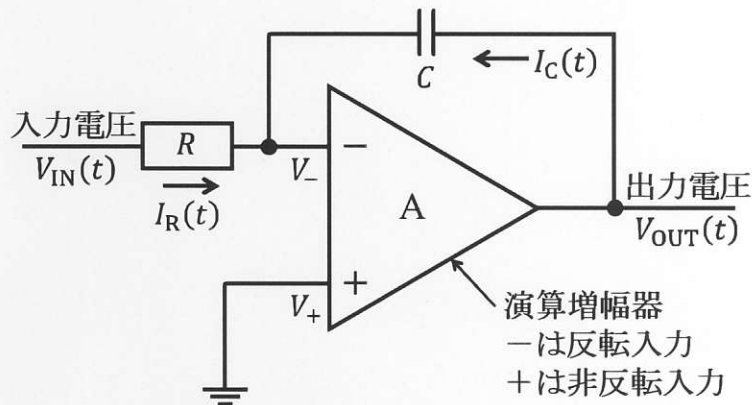


図2 演算増幅器Aによる回路