

北海道大学大学院情報科学学院
情報科学専攻
情報エレクトロニクスコース入学試験
令和5年8月24日 10:00～12:00

専門科目 1

受験上の注意

- ・ 机の上に置いてよいものは、受験票、鉛筆(黒)、シャープペンシル(黒)、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、時計のみである。
- ・ 時計は計時機能のみのものを使用し、アラームの使用を禁ずる。
- ・ 電卓、電子手帳、辞書の使用を禁ずる。
- ・ 携帯電話等の情報通信機器類は、必ずアラームの設定を解除した上で電源を切っておくこと。
- ・ 問題冊子は、本表紙を含め7枚ある(2枚目は白紙)。問題は、[1](応用数学)、[2](半導体デバイス工学)、[3](電磁気学)、[4](電気回路)、[5](電子回路)、について各1ページである。問題冊子は回収しない。
- ・ 答案用紙の枚数は3枚である。[1]～[5]の計5問の中から3問選択し、1枚につき1問を解答すること。
- ・ 答案用紙の裏面を使用してもよいが、その場合、「裏面記載あり」と答案用紙おもて面の右下に記載すること。
- ・ 選択した問題の番号、受験番号の誤記、記入もれがないか、各答案用紙を十分に確かめること。これらを別紙の選択問題チェック票にも記入し、提出すること。
- ・ 草案紙の枚数は3枚である。草案用紙は回収しない。

[1] 応用数学

以下の問いに答えよ。計算過程を明示すること。

1. 行列 $A = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \end{bmatrix}$ とする。

(1) A の列ベクトルは正規直交系を構成することを示せ。

(2) A^T を A の転置行列とする。 A^T の逆行列を求めよ。

2. $0 \leq x \leq 2$ において $\{1, \cos(\pi x), \sin(\pi x), \dots, \cos(n\pi x), \sin(n\pi x), \dots\}$ は直交関数系である。ただし、 n は 1 以上の整数である。

(1) $\int_0^2 \cos^2(n\pi x) dx$ と $\int_0^2 \sin^2(n\pi x) dx$ をそれぞれ求めよ。

(2) 周期 2 の関数 $f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x < 1/2) \\ 1 & (1/2 \leq x \leq 3/2) \\ 0 & (3/2 < x \leq 2) \end{cases}$ をフーリエ級数に展開せよ。

3. $t \geq 0$ で定義される関数 $f(t)$ のラプラス変換を $F(s) = L[f(t)]$ とする。ただし、 s は複素数である。必要に応じて下記の関係を用いても良い。

・ a を実数とすると、 s の実部が a より大きいとき $L[e^{at}] = \frac{1}{s-a}$ である。

・ b を実数、 $u_b(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < b) \\ 1 & (b \leq t) \end{cases}$ とすると、 $L[f(t-b)u_b(t)] = e^{-bs}F(s)$ である。

(1) $f_1(t) = t$ ($t \geq 0$) のラプラス変換を求めよ。

(2) $f_2(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < 1) \\ t-1 & (1 \leq t < 2) \\ 1 & (2 \leq t) \end{cases}$ とする。 $L[f_2(t)] = \frac{1}{s^2}(e^{-s} - e^{-2s})$ であることを示せ。

(3) ラプラス変換を用いて次の微分方程式の特殊解を求めよ。

$$\frac{d^2 g(t)}{dt^2} - g(t) = f_2(t) \quad (t \geq 0). \quad \text{ただし } g(0) = 0, \quad \frac{dg(0)}{dt} = 0 \text{ とする.}$$

[2] 半導体デバイス工学

数値はすべて有効数字 3 桁で求めよ．必要に応じて以下の記号ならびに数値を使え．

q : 電荷素量, 1.60×10^{-19} C

k_B : ボルツマン定数, 1.38×10^{-23} J/K

h : プランク定数, 6.63×10^{-34} J s

c : 真空中の光速, 3.00×10^8 m/s

ϵ_0 : 真空の誘電率, 8.85×10^{-12} F/m

1. バンドギャップ $E_G = 1.12$ eV を持つ Si の pn 接合 (階段接合) ダイオードに関する以下の問いに答えよ.
 - (1) 熱平衡状態におけるエネルギーバンド図を模式的に描け．n 型, p 型, 空乏層を明示すること．また, バンドギャップ E_G , 伝導帯下端エネルギー E_c , 価電子帯上端エネルギー E_v , フェルミ準位 E_F を明記すること．
 - (2) (1)の pn 接合ダイオードからなる太陽電池に負荷抵抗を接続し, 太陽電池の空乏層に E_G よりも光子エネルギーの大きな光を照射した．光照射後のエネルギーバンド図を描き, 太陽電池としてどのようにキャリアが動くか簡潔に説明せよ．ただし, 電子は●, 正孔は○で表すこと．
 - (3) (1)の pn 接合ダイオードに大きな逆方向電圧を印加すると, 急激に逆方向電流が流れる．この現象を簡潔に説明せよ．
2. Si の n チャネル MOSFET に関する以下の問いに答えよ．ソースおよび基板は接地されている．ゲート電圧を V_G , ドレイン電圧を V_D , ゲート長を L , ゲート幅を W , 電子移動度を μ , 単位面積あたりのゲート容量を C_G , しきい値電圧を V_{th} とする.
 - (1) 飽和領域におけるドレイン電流 I_D を, 上記導入文の記号を用いて式で表せ．
 - (2) (1)における相互コンダクタンス g_m を, 上記導入文の記号を用いて式で表せ．
 - (3) L や W を制御する以外に g_m を向上するために有効な方法について簡潔に説明せよ．
3. 半導体発光素子に関する以下の問いに答えよ.
 - (1) バンドギャップ 3.10 eV の直接遷移型半導体 pn 接合を用いた発光ダイオード (LED) がある．この LED の発光波長を求めよ．ただし, 半導体はバンド端発光するものとする．
 - (2) 半導体レーザーと LED との違いについて, 簡単な図を描き, 動作機構を含めて説明せよ．

[3] 電磁気学

電界，磁界に関する以下の問いについて，解答にいたる理由が分かるように答えよ．特に断らない限り真空中の誘電率 ϵ_0 ，透磁率 μ_0 を用いよ．

1. 図1のように，原点 O に点電荷 $+Q$ がおかれ，その周りの yz 平面上に，半径 a の円環導体がおかれており，円環上に電荷 $-Q$ が一様に分布している．円環導体の太さは無視できるものとする．これらが作る電界について，次の問いに答えよ．

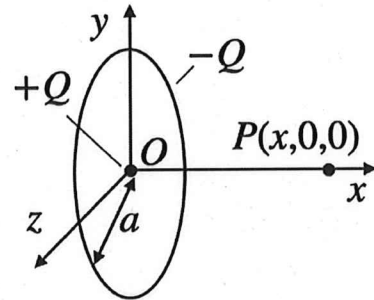


図1

- (1) 円環導体上の線電荷密度 λ を求めよ．答えのみでよい．
- (2) x 軸上の点 $P(x, 0, 0)$ につくられる電位 V を答えよ．
- (3) 点 $P(x, 0, 0)$ につくられる電界の大きさ E を求めよ．また，その方向を示せ．図示しても良い．
- (4) 観測点 P が a に比べて十分に離れている ($x \gg a$) とき，電界 E は x に対してどのように変化するか導け．

2. 図2に示す形の導線に電流 I が流れている．これらが作る磁界について，次の問いに答えよ．

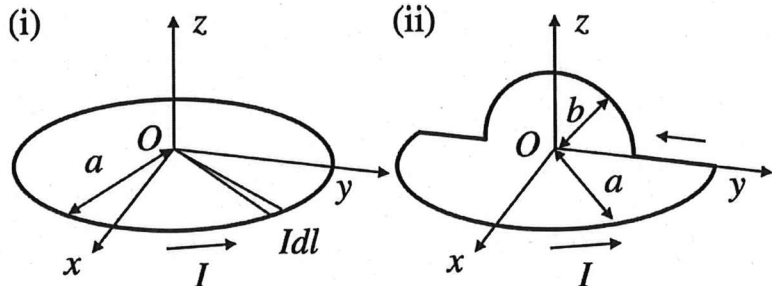


図2

- (1) 図2(i)のように半径 a の円環導線が xy 平面内におかれている．

電流要素 Idl が原点 O に作る磁束密度 dB の大きさを求めよ．またその方向を図示せよ．

- (2) 円環電流全体による原点 O での磁束密度の大きさ B を求めよ．
- (3) 導線の形を図2(ii)のように変更した．ここで，大半円は半径 a ，小半円は半径 b で，それぞれ xy 平面， yz 平面にあり，直線部分は y 軸上にある．大半円部分，小半円部分，直線部分が原点 O に作る磁束密度の大きさを，それぞれ B_a ， B_b ， B_l として求めよ．
- (4) 図2(ii)の時に導線全体が原点 O に作る磁束密度の大きさ B を求めよ．また， B が B_a の2倍となるときの，比 a/b を求めよ．

[4] 電気回路

図1および図2の回路は、それぞれ、抵抗 R 、インダクタンス L 、キャパシタンス C からなる2端子回路である。それぞれの端子 $a-b$ 間に角周波数 ω の正弦波交流電圧をかける。このとき、以下の設問に答えよ。必要であれば虚数単位には j を用いよ。

1. 図1の端子 $a-b$ 間のインピーダンスを Z_1 とする。

- (1) R, L, C, ω を用いて Z_1 を表す式を立てよ。なお、 Z_1 の式は直列や並列のインピーダンス合成の計算が回路と対応していることが分かる形であればよく、立式後、式を簡単にするための計算はここではしなくてよい。
- (2) Z_1 が ω に依存しない一定値であるとき、その一定値を、 R, L, C のうち必要なものを用いて最も簡単な形で表せ。
- (3) Z_1 が ω に依存しない一定値であるとき、 R, L, C が満たすべき関係式を求めよ。

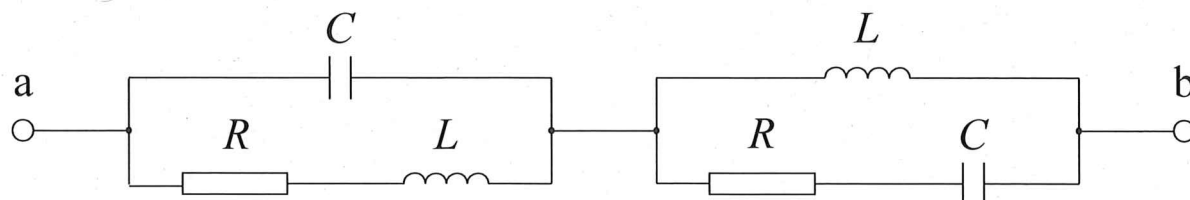


図1

2. 図2の端子 $a-b$ 間のインピーダンスを Z_2 とする。

- (1) R, L, C, ω を用いて Z_2 を表す式を立てよ。なお、 Z_2 の式は直列や並列のインピーダンス合成の計算が回路と対応していることが分かる形であればよく、立式後、式を簡単にするための計算はここではしなくてよい。
- (2) Z_2 が ω に依存しない一定値であるとき、その一定値を、 R, L, C のうち必要なものを用いて最も簡単な形で表せ。
- (3) Z_2 が ω に依存しない一定値であるとき、 R, L, C が満たすべき関係式を求めよ。

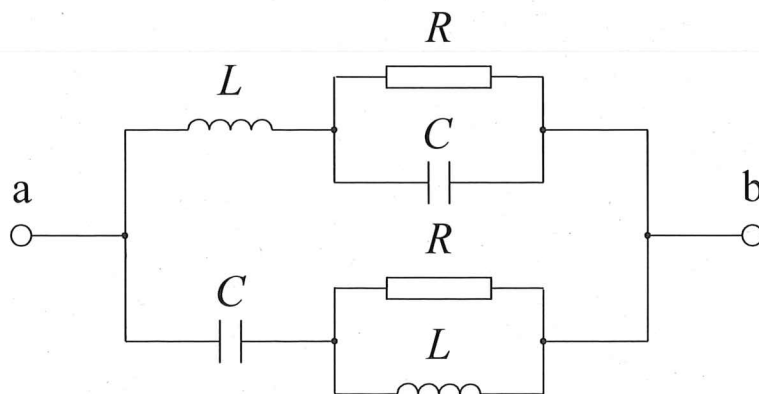


図2

[5] 電子回路

1. 同じ相互コンダクタンス g_m を持つ 2 つの MOS 型電界効果トランジスタ T_1 , T_2 で構成される差動増幅回路の小信号等価回路を図 1 に示す. 以下の問いに答えよ.

- (1) g_m , 電圧 V_0 , T_1 , T_2 の入力 (ゲート) 電圧 V_{IN1} , V_{IN2} により, T_1 , T_2 のドレイン電流 I_1 , I_2 が各々, $I_1 = g_m(V_{IN1} - V_0)$, $I_2 = g_m(V_{IN2} - V_0)$ で与えられる時, V_0 を, g_m , V_{IN1} , V_{IN2} , 抵抗 R_0 で表せ.
 (2) 出力電圧 V_{OUT1} を, V_0 , V_{IN1} , g_m , 負荷抵抗 R_L を用いて表せ. 同様に, 出力電圧 V_{OUT2} を, V_0 , V_{IN2} , g_m , R_L を用いて表せ.

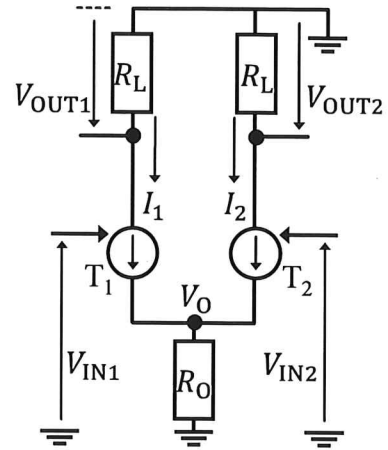


図 1 差動増幅回路

- (3) 次式の差動電圧利得 A_d を, g_m , R_L で表せ.

$$A_d = (V_{OUT1} - V_{OUT2}) / (V_{IN1} - V_{IN2})$$

- (4) $g_m R_0 \gg 1$ の近似が成り立つ時, 次式で定義される同相電圧利得 A_c を, R_L , R_0 で表せ.

$$A_c = (V_{OUT1} + V_{OUT2}) / (V_{IN1} + V_{IN2})$$

- (5) 前問(3), (4)で得られた A_d , A_c の結果から, 同相成分除去比 $CMRR = A_d / A_c$ を, R_0 , g_m で表せ.

- (6) 前問(3), (4), (5)の結果から, $R_L = 20 \text{ k}\Omega$, $R_0 = 70 \text{ k}\Omega$, $g_m = 30 \text{ mS}$ の時, A_d , A_c , $CMRR$ を各々計算し, 全て有効数字 2 桁で答えよ.

2. 演算増幅器を用いた図 2 と図 3 の回路 1, 2 について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 回路 1 の演算増幅器の差動電圧利得 A が有限値である場合, A および反転入力端子の電圧 V_- を用いて, 出力電圧 V_{OUT} を表せ.

- (2) 回路 1 について, V_{OUT} , 抵抗 R_1 , R_2 , 入力電圧 V_{IN} を用いて, 電圧 V_- を表せ. ただし, 演算増幅器の入力インピーダンスは無限大, 出力インピーダンスは 0 と見なして良いものとする.

- (3) 前問(1), (2)の結果から, R_1 , R_2 , V_{IN} , A を用いて, V_{OUT} を表せ. また, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $V_{IN} = 0.4 \text{ V}$, $A = 200$ の時, V_{OUT} を計算し有効数字 3 桁で答えよ.

- (4) 前問(3)の V_{OUT} の式で $A \rightarrow \infty$ とした時, R_1 , R_2 , V_{IN} を用いて, V_{OUT} を表せ. また, R_1 , R_2 , V_{IN} が前問(3)の値の時, V_{OUT} を計算し有効数字 2 桁で答えよ.

- (5) 回路 1 の反転入力に接続された抵抗 R_1 に, 容量 C のコンデンサを直列接続した回路 2 について, 角周波数 ω の正弦波交流に対する R_1 と C の直列インピーダンスを答えよ. ただし, j を虚数単位とする.

- (6) 回路 2 で $A \rightarrow \infty$ の時, R_1 , R_2 , C , ω , j を用いて, V_{OUT} / V_{IN} を表せ.

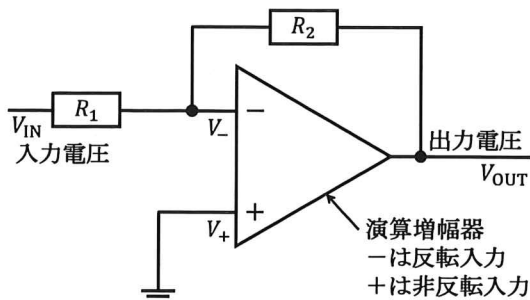


図 2 演算増幅器による回路 1

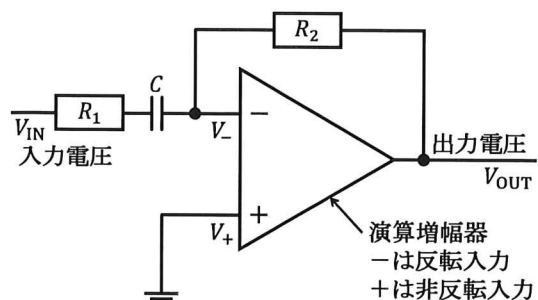


図 3 演算増幅器による回路 2