北海道大学大学院情報科学院
情報科学専攻
情報エレクトロニクスコース入学試験
令和 4 年 8 月 18 日 13:00～15:00

専門科目2

受験上の注意

- 机の上に置いてよいものは，筆記用具（鉛筆，消しゴム，鉛筆削りなど），時計，特に指示があったもののみである．
- 時計は計時機能のみのものを使用し，アラームの使用を禁ずる．
- 電卓，電子手帳，辞書の使用を禁ずる．
- 携帯電話等の情報通信機器類は，必ずアラームの設定を解除した上で電源を切っておくこと．
- 問題冊子は，本表紙を含め7枚ある（2枚目は白紙）．問題は，[1]（ディジタル回路），[2]（量子力学），[3]（物性工学），[4]（情報通信工学），[5]（光エレクトロニクス），について各1ページである．問題冊子は回収しない．
- 答案用紙の枚数は2枚である．[1]～[5]の計5問の中から2問選択し，1枚に付き1問を解答すること．
- 答案用紙の裏面を使用してもよいが，その場合，「裏面記載あり」と答案用紙おもて面の右下に記載すること．
- 選択した問題の番号，受験番号の誤記，記入もれがないか，各答案用紙を十分に確かめること．これらを別紙の選択問題チェック票にも記入し，提出すること．
- 草案紙の枚数は2枚である．草案用紙は回収しない．

[1] ディジタル回路

1．全加算器の被加算入力 A_i，加算入力 B_i，下位からの桁上げ信号入力 $C_{i\text{-}1}$ と，和出力 S_i，桁上げ信号出力 C_i との間には次の論理式が成り立つ．

$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i\text{-}1}$,

$C_i = A_i \cdot B_i + C_{i\text{-}1} \cdot (A_i \oplus B_i)$,

ただし，$i = 0, 1, 2, \cdots$．これについて以下の問いに答えよ．

(1) 全加算器を，2 入力の XOR ゲート 2 個と 2 入力の NAND ゲート 3 個で構成するゲートレベル回路図を示せ．

(2) 4 ビットのリップルキャリー型加算回路の回路図を示せ．ただし，図 1 の全加算器の記号を用いてよい．

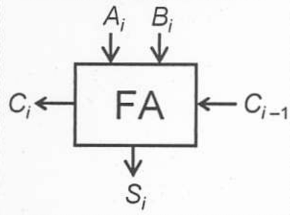
(3) $G_i = A_i \cdot B_i$，$P_i = A_i \oplus B_i$ とおくとき，S_i と C_i を G_i, P_i, $C_{i\text{-}1}$ で表せ．

(4) C_1 を，C_0 を用いずに $C_{\text{-}1}$，G_1，P_1，G_0，P_0 で表せ．さらに，C_2 を，C_1，C_0 を用いずに $C_{\text{-}1}$，G_2，P_2，G_1，P_1，G_0，P_0 で表せ

(5) 上記(3)，(4)の論理式を利用して設計する加算器には，リップルキャリー型に比べてどのような利点があるか説明せよ．

(6) 信号 $C_{\text{-}1}$，G_1，P_1，G_0，P_0 を入力とし，$\overline{C_1}$ を出力とする複合ゲート回路のトランジスタレベル回路図を示せ．

図1 全加算器の記号



2．図 2 に示すように非同期リセット付き D タイプフリップフロップ(D-F/F)の記号を定義する．このとき，図 3 に示すような順序回路につき，下記の問いに答えよ．ただし，図中の CLK はクロック信号，$\overline{\text{CLR}}$ はリセット信号を示し，1 ビットの入力信号 A はクロック信号に同期して連続的に入力される．

(1) 次状態 C_1', C_0' を現状態 C_1, C_0 と入力 A の論理式で表せ．また，出力 Y を C_1, C_0 の論理式で表せ．

(2) 状態 S_0, S_1, S_2, S_3 に対応する C_1C_0 の 2 ビットコードを，順に 00, 01, 10, 11 に割り当てるとき，状態遷移表と出力表を作成せよ．

(3) この回路の動作について，図 4 の要領で Moore 型有限状態遷移マシンの状態遷移図を描いて示せ．

(4) この回路の，リセットをかけた後の入力 A に対する出力動作について説明せよ．

図3 順序回路

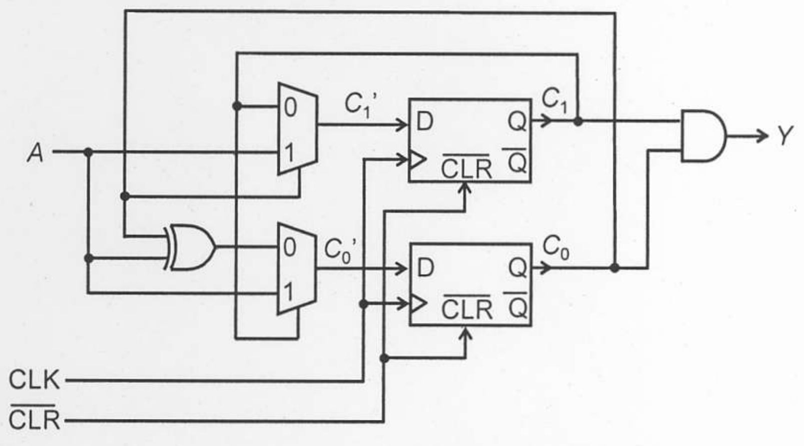


図2 D-F/Fの記号

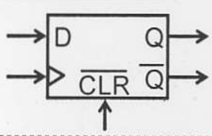
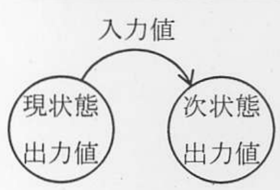


図4 状態遷移図の描き方



[2] 量子力学

以下の各問において i を虚数単位とする．また，$\hbar$はプランク定数 h を2πで割った定数とする．

1. ハミルトニアンが

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 \end{pmatrix}$$

で与えられている物理系がある．以下の問いに答えよ．

(1) 状態ベクトルを

$$|\varphi(t)\rangle = c_1(t)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2(t)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

と表したとき，$|\varphi(t)\rangle$が満たすシュレディンガー方程式を考えることにより，$c_1(t)$と$c_2(t)$が初期値$c_1(0)$と$c_2(0)$によって

$$c_1(t) = c_1(0)\exp\left(-i\frac{\varepsilon_1 t}{\hbar}\right)$$
$$c_2(t) = c_2(0)\exp\left(-i\frac{\varepsilon_2 t}{\hbar}\right)$$

で与えられることを示せ．

(2) オブザーバブル

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$$

の固有ベクトルが

$$|\lambda_1\rangle = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$$
$$|\lambda_2\rangle = \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix}$$

であることを示せ．

(3) 状態ベクトルの初期値が$|\varphi(0)\rangle = |\lambda_1\rangle$であるとき，時刻$t \geq 0$でオブザーバブル$\hat{\sigma}$を測定して結果$\lambda_1$が得られる確率を求めよ．

2. 図 1 のように，$x < 0$で$V(x) = \infty$，$0 \leq x$で$V(x) = v_0 x$（ただし，$v_0 > 0$とする）と与えられている 1 次元ポテンシャルに質量 m の粒子が閉じ込められている．以下の問いに答えよ．必要であれば正数 s について成立する次の公式を用いよ．

$$\int_0^\infty x^n e^{-sx} dx = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

(1) 波動関数を

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & (-\infty < x < 0) \\ Cxe^{-ax/2} & (0 \leq x < \infty) \end{cases}$$

としたとき，規格化定数 Cを定めよ．ただし，$a > 0$であるとする．

(2) (1)の波動関数で表される状態のエネルギーの期待値を求めよ．

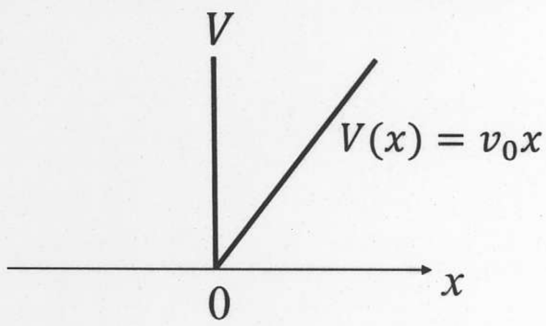


図 1

[3] 物性工学

1.　結晶構造が面心立方構造であり，各原子は自由電子を放出し，1 価のイオンとなる金属を考える．

(1) 格子定数を a としたとき，電気伝導に関わる電子の密度 n を求めよ．

(2) 電場 F を印加した際の電子の運動が，以下の式①に示す運動方程式で記述されるものと仮定する．

$$m\frac{dv(t)}{dt} = -qF - \eta v(t) \qquad ①$$

ここで，m：電子の質量，$v(t)$：時刻 t における電子の速度，q：素電荷，η：定数である．電場印加後，十分時間が経った定常状態における電子の速度 v_d と移動度の大きさを求めよ．

(3) この金属の電気伝導率を a, q, η を用いて表せ．ただし，電子の運動は全て定常状態にあると仮定する．

(4) 定常状態に達した後，$t = t_0$ に電場をゼロにする．電子の速度が v_d の $1/e$ 倍になるまでの時間を求めよ．また，この時間を何と呼ぶか答えよ．ここで e は自然対数の底である．

2.　固体における電子のエネルギーE と波数 k の関係が $E(k) = E_0 - E_1\cos ka$ で与えられる一次元結晶を考える．ここで，E_0, E_1 は正の定数，a は結晶の周期であり，また，k の取りうる範囲は$-\pi/a \leq k \leq \pi/a$ とする．

(1) $k = 0, \pi/(2a), \pi/a$ のときの電子の有効質量をそれぞれ求めよ．解答に必要な物理定数があれば，適宜，定義して用いること．

(2) 電子波の群速度 v_g を求め，k の関数としてグラフ表示せよ．また，一定の電場を印加したときの電子の結晶内での運動はどのようになるかを，v_g の k 依存性から考察し，200～300 字程度で説明せよ．ただし，電子の散乱は無いものとする．

3.　図 1 のように，質量 m の原子がバネ定数の異なる 2 種類のバネ B_1, B_2 によって交互につながっている 1 次元格子を考える．格子の方向に x 軸をとり，隣り合う原子間の間隔を $a/2$，バネ B_1, B_2 のバネ定数を b_1, b_2 とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) n 番目のバネ B_1 の右側につながれた原子の x 軸方向の変位量を u_n，左側につながれた原子の x 軸方向の変位量を v_n とする．このとき，n 番目のバネ B_1 の両端の原子それぞれについて，運動方程式を示せ．

(2) (1)の運動方程式の解として，

$$\begin{aligned} u_n &= A_1 \exp\{i(kna - \omega t)\} \\ v_n &= A_2 \exp\{i(kna - \omega t)\} \end{aligned} \qquad ②$$

を仮定する．ここで A_1, A_2 は定数，i は虚数単位，k と ω は格子振動の波数と角振動数，t は時間である．このとき，ω^2 と k の関係を求めよ．また，$b_1 > b_2$ のとき，$-\pi/a \leq k \leq \pi/a$ の範囲で $\omega(k)$のグラフの概形を図示せよ．図中には $k = 0, \pi/a$ のときの ω の値も明記すること．

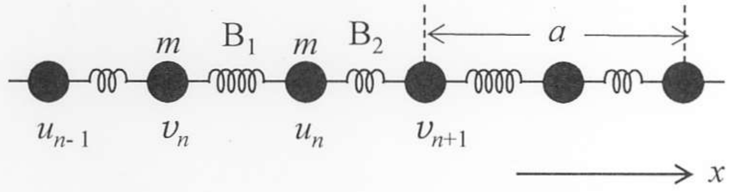


図 1

[4] 情報通信工学

1. OSI 7 階層モデルについて，全ての階層の名称を答えよ．また，下記の各々の機器が持つ機能に相当する OSI 7 階層モデルの階層の名称を全て答えよ．
   (1) ルーター　(2) スイッチングハブ

2. 4G ビット／秒の回線を用いて 2,000×4,000 画素の解像度を持つ動画像データを圧縮して転送することを考える．画像は，1 画素につき 24 ビットのデータを持つものとする．伝送効率 25%の伝送路，および，ヘッダ部 10 バイト，データ部 90 バイト，誤り補正用冗長部 25 バイトを持つパケットを使用したとき，1 秒間に 30 枚の画像転送を可能とする動画のデータ圧縮率を求めよ．データ圧縮率はデータ量 x をデータ量 y に圧縮したとき y/x を百分率で表したものとする．

3. 図 1 に示す回路について，制御信号 "1, 0" でスイッチの接続を切り替え，電圧 $v(t)$ の時間変化で信号の伝達を行うことを考える．以下の問いに答えよ．
   (1) 時刻 $t = 0$ で制御信号を "1" にし，スイッチが左側に接続され，その後その状態を維持した．ラプラス変換を用いて $v(t)$，$t \geq 0$ を求めよ．初期状態は，$v(0) = 0$ とする．
   (2) 時刻 $t = 0$ で制御信号を "0" にし，スイッチが右側に接続され，その後その状態を維持した．ラプラス変換を用いて $v(t)$，$t \geq 0$ を求めよ．初期状態は，$v(0) = E/2$ とする．
   (3) (1)で求めた $v(t)$ について，$v(t) = E/2$ となる時間 t_0 を求めよ．
   (4) 図 2 に示したように，(3)で求めた t_0 の整数倍の時刻で制御信号 "1, 0" を切り替える。このときの $v(t)$, $7t_0 \geq t \geq 0$ を図示せよ。ただし，$v(nt_0)$, $n = 0,1,2 \cdots 7$ の8点全ての値を図中に記すこと．また，初期状態は，$v(0) = 0$ とする．

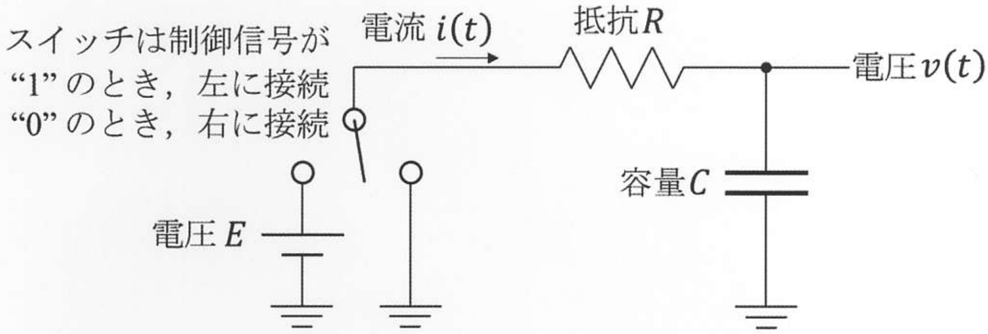


図 1

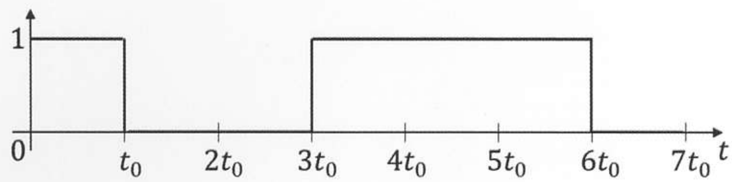


図 2

[5] 光エレクトロニクス

1． 真空中における波長が 650 nm のレーザ光について，屈折率 1.50 の媒質中での波長，周波数，波数を各々計算せよ．ただし，真空中における光速を 3.00×10^8 m/s とし，有効数字は 3 桁とする．

2． 図 1 に示すような $x-z$ 面内方向に伝搬する同一の角周波数 ω を持つ 2 つの平面波 $u_1=\mathrm{Re}[U_1\exp\{i(\omega t-\boldsymbol{k}_1\bullet\boldsymbol{r})\}]$ と $u_2=\mathrm{Re}[U_2\exp\{i(\omega t-\boldsymbol{k}_2\bullet\boldsymbol{r})\}]$ の干渉を考える．ただし，U_1 と U_2 は光波の複素振幅，$\boldsymbol{k}_1$ と $\boldsymbol{k}_2$ は光波の波数ベクトル，$\boldsymbol{r}$ は位置ベクトル，t は時刻，i は虚数単位を表す．また，2 つの平面波は，z 軸に対して近軸光線と仮定する．

(1) これら 2 つの平面波を足し合わせた合成波の $z=0$ における光強度(干渉光強度) $I(x)$ が，次式(A)で与えられることを示せ．ただし，k_{1x} と k_{2x} は $\boldsymbol{k}_1$ と $\boldsymbol{k}_2$ の x 成分，ϕ_1 と ϕ_2 は U_1 と U_2 の位相を表す．

$$I(x)\propto|U_1|^2+|U_2|^2+2|U_1||U_2|\cos\{(k_{1x}-k_{2x})x+\phi_1-\phi_2\} \qquad \text{(A)}$$

(2) 干渉光強度 $I(x)$ の最大値 $I_{\max}$ と最小値 $I_{\min}$ を，$|U_1|$ と $|U_2|$ を用いて表せ．

(3) 干渉縞の見えやすさを示す可視度 V を，2 つの光波の光強度 I_1 および I_2 を用いて表せ．

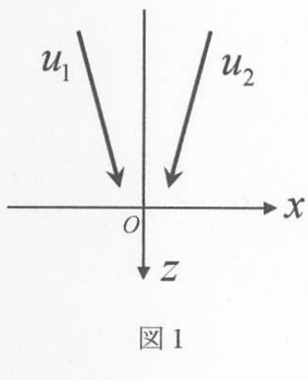


図 1

3． 次の事項について，それぞれ 100～200 字で説明せよ．適宜，式や図を用いても良い．

(1) エアリーパターン

(2) ファブリ・ペロ干渉計