

北海道大学大学院情報科学学院
情報科学専攻
情報エレクトロニクスコース入学試験
令和5年8月24日 13:00～15:00

専門科目2

受験上の注意

- ・机の上に置いてよいものは、受験票、鉛筆(黒)、シャープペンシル(黒)、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、時計のみである。
- ・時計は計時機能のみのものを使用し、アラームの使用を禁ずる。
- ・電卓、電子手帳、辞書の使用を禁ずる。
- ・携帯電話等の情報通信機器類は、必ずアラームの設定を解除した上で電源を切っておくこと。
- ・問題冊子は、本表紙を含め7枚ある(2枚目は白紙)。問題は、[1](デジタル回路)、[2](量子力学)、[3](物性工学)、[4](情報通信工学)、[5](光エレクトロニクス)、について各1ページである。問題冊子は回収しない。
- ・配布する答案用紙の枚数は2枚である。[1]～[5]の計5問の中から2問選択し、1枚につき1問を解答すること。未使用の答案用紙を含め答案用紙は全て回収する。
- ・答案用紙の裏面を使用してもよいが、その場合、「裏面記載あり」と答案用紙おもて面の右下に記載すること。
- ・選択した問題の番号、受験番号の誤記、記入もれがないか、各答案用紙を十分に確かめること。これらを別紙の選択問題チェック票にも記入し、提出すること。
- ・草案紙の枚数は3枚(罫線なし2枚、罫線あり1枚)である。草案用紙は回収しない。

[1] デジタル回路

1. 下記の問いに答えよ。ただし、回路の構成においては、 C_3, C_2, C_1, C_0, A, B の反転信号は用意されているものとし、各信号を反転させるためのインバータ回路は省略してよい。

- (1) 3 ビットの 2 進数 $C_2C_1C_0$ が素数であるときに $Y=1$ となる論理回路（以降において「3 ビット素数判定回路」と呼ぶ）の動作について、 Y を C_2, C_1, C_0 の論理式で表せ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。
- (2) CMOS 複合ゲートを用いて 3 ビット素数判定回路を構成する方法について、トランジスタレベル回路図を示せ。ただし、回路に要する総トランジスタ数は可能な限り低減せよ。
- (3) 2 入力 NAND ゲート 3 個を用いて 3 ビット素数判定回路を構成する方法について、ゲートレベル回路図を示せ。
- (4) セレクタ回路のみを用いて 3 ビット素数判定回路を構成する方法について、ゲートレベル回路図を示せ。ただし、セレクタの記号には図 1 の記号を用いよ。
- (5) 図 1 のセレクタ回路のみを用いて、 $Y=A \cdot B$ および $Y=A \oplus B$ の論理演算を実現する方法について、各々ゲートレベル回路図を示せ。
- (6) 4 ビットの 2 進数 $C_3C_2C_1C_0$ が素数であるときに $Y=1$ となる論理回路（以降において「4 ビット素数判定回路」と呼ぶ）の動作について、 Y を C_3, C_2, C_1, C_0 の論理式で表せ。
- (7) 図 1 のセレクタ回路 4 個を用いて 4 ビット素数判定回路を構成する方法について、ゲートレベル回路図を示せ。

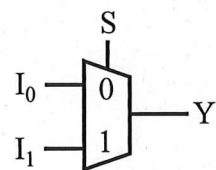


図1

2. 非同期のリセット信号 $\overline{\text{CLR}}$ によりリセットした後、クロック信号の立ち上がりに合わせて順に $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 0 \rightarrow 1$ と出力する動作を繰り返す順序回路を、下記の手順に従って設計せよ。
 - (1) この回路の動作について、図 2 の要領で状態遷移図を描いて示せ。ただし、状態を S_i ($i=0, 1, 2, 3, 4$) で表すこと。
 - (2) 各状態 S_0, S_1, S_2, S_3, S_4 に対応する $C_2C_1C_0$ の 3 ビットバイナリコードを、順に 000, 001, 010, 011, 100 に割り当てるとき、状態遷移表と出力表を作成せよ。ただし、次状態の 3 ビットバイナリコードを $C_2'C_1'C_0'$ で表せ。
 - (3) 次状態の C_2', C_1', C_0' を現状態の C_2, C_1, C_0 の論理式で表せ。また、出力 Y を C_2, C_1, C_0 の論理式で表せ。
 - (4) 上記(3)の機能を有する順序回路を、ゲートレベル回路図により示せ。D タイプフリップフロップ (D-FF) には図 3 の記号を用いよ。ただし、クロック信号とリセット信号の配線を省略せずに示すこと。

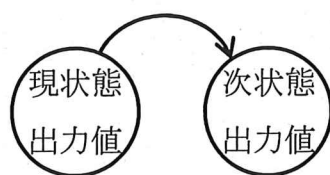


図2

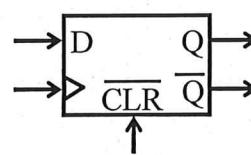


図3

[2] 量子力学

以下の各問では、 i を虚数単位とする．また、 $\hbar$ をプランク定数 h を 2π で除した定数 $\hbar = h/(2\pi)$ とする．

1. 直線上を自由に運動する粒子の規格化された波動関数が

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\Delta}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\Delta^2} + \frac{iPx}{\hbar}\right]$$

で与えられているとき、以下の問いに答えよ．ただし、 P と Δ は実定数とする．

- (1) 位置の期待値と運動量の期待値を求めよ．
- (2) 位置の確率密度分布と、位置と運動量の間の不確定性関係を用いて、運動量の測定値の分散を概算せよ．

2. 図1のような1次元ポテンシャル

$$V(x) = \begin{cases} \infty & (x < 0) \\ 0 & (0 \leq x < a) \\ U & (a \leq x < b) \\ 0 & (b \leq x) \end{cases}$$

の中を質量 m の粒子が運動している．粒子のエネルギー E がポテンシャル U より小さいとき、以下の問いに答えよ．解答の際、次式で定義される k, κ を用いよ．求める波動関数は未定の因子を含んでもよい．

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}, \quad \kappa = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$$

- (1) 境界 $x = 0$ で波動関数が満たす条件から、領域 $0 \leq x < a$ における波動関数を求めよ．
- (2) 粒子のエネルギーが

$$k \cot ka = -\kappa$$

を満たすとき、領域 $a \leq x < b$ における波動関数を求め、境界 $x = a$ と境界 $x = b$ において粒子が観測される確率の比が

$$T = e^{-2\kappa(b-a)}$$

となることを示せ．

- (3) 粒子のエネルギーが(2)の下線部の条件を満たすとき、領域 $b \leq x$ での波動関数において、左方向に進行する（波数が負の）振幅と右方向に進行する（波数が正の）振幅の大きさが等しいことを示せ．

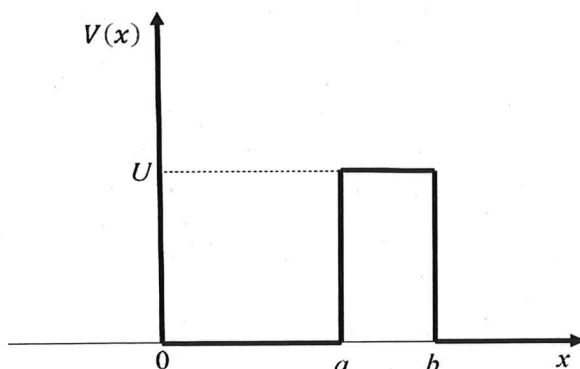


図 1

[3] 物性工学

1. 質量 M の原子が周期配列した 1 次元格子 (x 方向) で縦波の格子振動を考える. 格子定数を a , 時刻 t における原点 (この 1 次元格子中のある原子) から n 番目 (n は整数) の原子の平衡状態からの変位を $x_n(t)$ とする. 各原子は隣接原子からのみ力を受けるとし, その力定数を b (b は正) とする. 以下の問に答えよ.

- (1) n 番目の原子に関する運動方程式を書け.
- (2) この格子振動の角振動数を ω , 波数を k , A を定数として, (1)の運動方程式の解を $x_n(t) = A \exp\{i(\omega t - kna)\}$ と書く (i は虚数単位). i を用いずに, ω の値を M, a, b, k を用いて書き表せ. ただし, $\exp(\pm i\theta) = \cos \theta \pm i \sin \theta$ を用いてもよい.
- (3) 原点から n 番目の原子と $(n+N)$ 番目の原子の変位は等しいとする (N は正の整数). 波数 k の満たす条件を, m を整数として, m, N, a を用いて書き表せ.
- (4) 上記(3)の条件の下で N を偶数とする. $-\frac{\pi}{a} \leq k \leq \frac{\pi}{a}$ において, 格子振動の進行方向の違いも含めた異なる振動状態 (振動様式あるいは振動モード) の数を答えよ.

2. 三次元の自由電子気体モデルにおいて, エネルギー E の電子がしたがうフェルミ・ディラック分布関数を $f(E)$, 絶対零度のフェルミエネルギーを E_F とする. 電子の数密度を N (N は十分大きな値), 単位体積および単位エネルギー当たりの電子の状態密度関数を $D(E) = A\sqrt{E}$ (A は定数) と書き表す. 以下の問に答えよ.

- (1) 絶対零度および温度が上昇した場合の $f(E)$ を実線と破線で模式的に描け. ただし, 横軸に E , 縦軸に $f(E)$ を取り, 原点 0 と縦軸の $f(E) = 1$ (特定のエネルギー状態 E が電子により完全に占有されている状態) を明示せよ. また, 絶対零度の E_F も図中に明示せよ (温度上昇時のフェルミエネルギーを明示する必要はない).
- (2) 絶対零度において, $E = E_F$ における $D(E_F)$ を N と E_F を用いて書き表せ.
- (3) 温度 T における熱エネルギー $k_B T$ (k_B はボルツマン定数) はフェルミエネルギーに対して十分に小さいとする. T から ΔT の微小な温度上昇によって ΔN 個の電子が熱励起されると考え, $\Delta N \sim D(E_F) k_B \Delta T$ と近似する. この場合に熱励起される電子は1個当たり $k_B T$ の熱エネルギーを受け取るものとして, ΔT の温度上昇によるこの電子系全体のエネルギー増加分を $N, E_F, k_B, T, \Delta T$ を用いて書き表せ.
- (4) 絶対零度から室温に向かって温度が上昇する場合, 格子振動の熱励起による定積比熱 (格子比熱) と, N が十分大きな自由電子気体モデルにおける電子の熱励起にともなう定積比熱 (電子比熱) それぞれの温度依存性の違いについて, 200~300 字で説明せよ. なお, 格子比熱の説明には「デバイの T^3 則」, 電子比熱の説明には「パウリの排他律」の語句を用いること (複数回用いても良い).

[4] 情報通信工学

1. OSI7 階層モデルについて、全ての階層の名称を答えよ。また、その階層のうち第3層と第4層の説明を各々50文字以上70文字以内で記述せよ。
2. インターネットを利用した Web の閲覧について、以下に示す用語を用いて150文字以上250文字以内で記述せよ。以下に示す用語は、略語を用いること。
また、DNS において、なぜ1台のスーパーコンピュータなどに処理を集約することがいけないかを説明せよ。ただし、字数制限なしとする。

DNS (Domain Name System)

URL (Uniform Resource Locator)

HTTP (Hypertext Transfer Protocol)

3. 情報ビット X_1, X_2, X_3, X_4 の4ビットに対し、冗長ビットとして P_1, P_2, P_3 の3ビットを付加した7ビットの符号 " $X_1, X_2, X_3, X_4, P_1, P_2, P_3$ " を生成する。これをハミング符号と定義する。冗長ビット P_1, P_2, P_3 は、以下の2つの条件を満たすように定める。以下の問いに答えよ。

(条件1) P_1, P_2, P_3 はそれぞれ、情報ビット X_1, X_2, X_3, X_4 から3ビットを選択し、それらの排他的論理和で定義される。

(条件2) P_1, P_2, P_3 を定義する情報ビットの組み合わせは、互いに異なる。

$$\text{[例]: } \begin{cases} P_1 = X_1 \oplus X_2 \oplus X_3 \\ P_2 = X_2 \oplus X_3 \oplus X_4 \\ P_3 = X_1 \oplus X_2 \oplus X_4 \end{cases} \quad \oplus \text{ は、排他的論理和}$$

- (1) 下に示す3組のハミング符号が生成されたとき、 P_1, P_2, P_3 の定義式を、[例]の形式に沿って記述せよ。

(生成された符号) "1101010", "0101101", "1001100"

- (2) (1)の定義式に基づいて生成したハミング符号 "1011110" は、1ビットの誤りを持つ。その誤りを訂正せよ。

4. 微分方程式①で記述された線形伝送システムについて、下記の問いに答えよ。
ただし、 $x(t)$ を入力、 $y(t)$ を出力とし、 $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0$ とする。

$$a_2 \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 x(t) \cdots \textcircled{1}$$

- (1) ラプラス変換を用いて伝送路の伝達関数 $G(s)$ を求めよ。
- (2) システムが収束せずかつ発散せずに発振する条件について、 a_2, a_1, a_0 を用いて記述せよ。
- (3) $a_2 = 1, a_1 = 7, a_0 = 12, b_0 = 12$ のとき、線形伝送システムの入力をステップ関数： $u(t) = \begin{cases} 1 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$ にしたときの $y(t)$ を求めよ。

[5] 光エレクトロニクス

1. 図1に示す開口 S へ、空气中を左から単位振幅の平面波が入射するときの開口の右側へ回折される光波の複素振幅分布について、観測面上の任意の点 $P(x, y)$ での光波の複素振幅 $U(x, y)$ は次式で与えられる.

$$U(x, y) = \frac{i}{\lambda} \iint_S \frac{\exp(-ikR)}{R} U_0(x', y') dx' dy'$$

ここで、 λ と k は入射光の波長と波数であり、 $U_0(x', y')$ は開口面 (x', y') における開口の複素振幅透過率、 R は開口面上の任意の点 $Q(x', y')$ から観測点 $P(x, y)$ までの距離、 L は、光軸 z に沿った開口面 (x', y') と観測面 (x, y) の距離である。以下の設問に答えよ。

- (1) 波長 λ と波数 k の関係式を示せ。
- (2) R を x, y, x', y' および距離 L を用いて表せ。
- (3) フレネル領域における位相因子 $\exp(-ikR)$ の近似式を導け。
- (4) フラウンホーファー領域において、 $U(x, y)$ が $U_0(x', y')$ のフーリエ変換を含むことを示せ。ただし、数式を用いて近似の手順を示すこと。

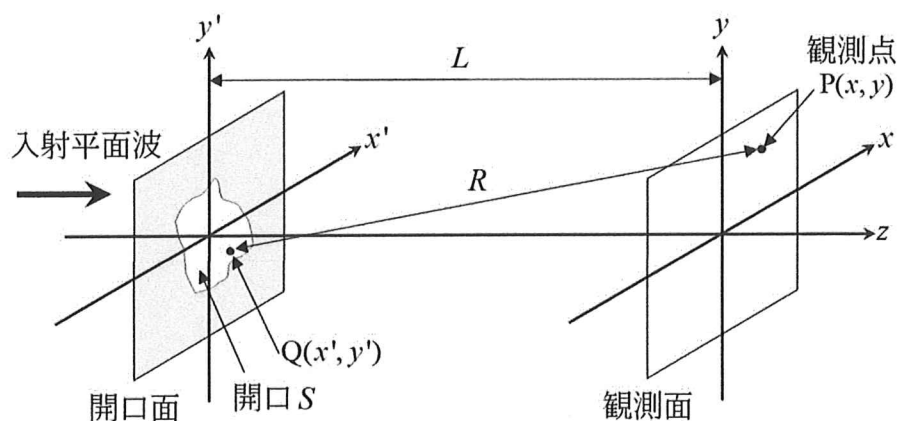


図 1

2. 次の(1)と(2)について、それぞれ 100～200 字で説明せよ。適宜、式や図を用いても良い。

- (1) レンズなどの球面を含む光学系における収差
- (2) 光路長(光学的距離)とフェルマーの原理の関係