北海道大学大学院情報科学院
情報科学専攻
情報エレクトロニクスコース入学試験
令和 7 年 8 月 25 日 13:00～15:00

専門科目2

受験上の注意

- 机の上に置いてよいものは，受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，時計のみである．
- 時計は計時機能のみのものを使用し，アラームの使用を禁ずる．
- 電卓，電子手帳，辞書の使用を禁ずる．
- 携帯電話等の情報通信機器類は，必ずアラームの設定を解除した上で電源を切っておくこと．
- 問題冊子は，本表紙を含め7枚ある（2枚目は白紙）．問題は，[1]（ディジタル回路），[2]（量子力学），[3]（物性工学），[4]（情報通信工学），[5]（光エレクトロニクス），について各1ページである．問題冊子は回収しない．
- 配布する答案用紙の枚数は2枚である．[1]～[5]の計5問の中から2問選択し，1枚に付き1問を解答すること．未使用の答案用紙を含め答案用紙は全て回収する。
- 答案用紙の裏面を使用してもよいが，その場合，「裏面記載あり」と答案用紙おもて面の右下に記載すること．
- **選択した問題の番号**，**受験番号**の誤記，記入もれがないか，各答案用紙を十分に確かめること．これらを別紙の**選択問題チェック票にも記入**し，提出すること．
- 草案紙の枚数は2枚である．草案用紙は回収しない．

[1] ディジタル回路

1. 図1の回路について下記の問いに答えよ. ただし, トランジスタレベル回路図において, インバータが必要な場合にはゲート記号を用いてよい.
   (1) 2入力NANDゲートをCMOS回路で構成する方法をトランジスタレベル回路図で示せ. また、真理値表を示せ.
   (2) 2入力XORゲートをCMOS回路で構成する方法をトランジスタレベル回路図で示せ. ただし, 回路内のトランジスタ数を10素子以内とすること. また、真理値表を示せ.
   (3) 破線内の回路と同様の機能を有する回路をNANDゲートとインバータのみで構成しゲートレベル回路図で示せ. なお、出力をZとせよ.
   (4) A=1, B=0のとき, この回路はどのような機能を持つ回路となるか.
   (5) A=0, B=0のとき, 出力Yはどのような値となるか.
   (6) A=0, B=1のとき, 出力Yはどのような値となるか.
   (7) W=1のときにA=1, B=1, D=1とし, その後W=0としたとき, Yの値はどのような状態になるか説明せよ.

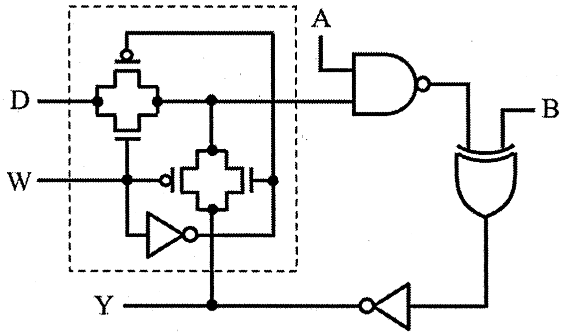

図1

2. 図2に示すような, Moore型有限状態遷移マシンの状態遷移図により動作が記述される順序回路につき, 下記の問いに答えよ. ただし, 図中の記号の意味については図3に示す. この回路に対しては, クロック信号に同期して1ビット信号Aが連続的に入力されるとする.
   (1) この状態遷移マシンは入力信号Aに対してどのような動作をするかを説明せよ.
   (2) この状態遷移マシンにつき, 状態遷移表と出力表を示せ. ただし, 状態 S_0, S_1, S_2, S_3 を2ビットコードで順に00, 01, 10, 11に割り当て, 現状態を示す2ビットコードの各ビットを C_1, C_0, 次状態を示す2ビットコードの各ビットを C_1', C_0', 出力をYとせよ.
   (3) 上記(2)で求めた状態遷移表から次状態 C_1', C_0' の論理式を現状態 C_1, C_0 と入力Aの論理式で表し, 出力表から出力Yの論理式を C_1, C_0 の論理式で表せ. なお, 可能であれば状態遷移表と出力表から抽出した積和標準形から簡単化せよ.
   (4) 上記(3)で求めた論理式をもとに, 図2の動作を行う回路を, リセット端子付きDタイプフリップフロップ(D-FF), インバータ, ANDゲート, ORゲートを用いて構成した回路図を示せ. D-FFには図4の記号を用いよ. ただし, クロック信号CLKとリセット信号の反転 $\overline{\mathrm{CLR}}$ の配線を省略せずに示すこと.

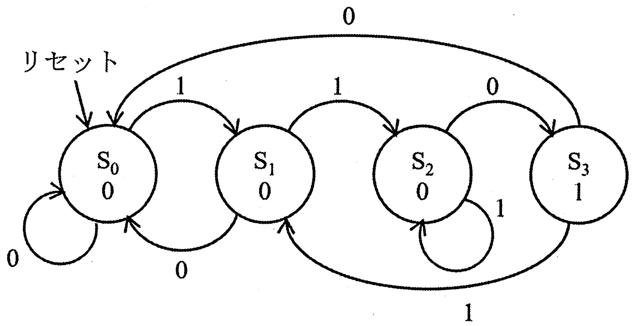

図2

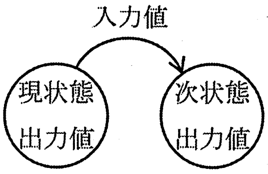

図3

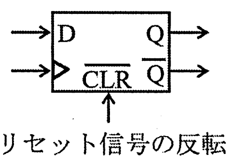

図4

[2] 量子力学

以下では，$\hbar$をプランク定数を2πで除した換算プランク定数とする．

1. スピン演算子$\hat{S}$の x, y, z 成分をそれぞれ $\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z$とする．今，$\hat{S}_x, \hat{S}_y$の行列表示が

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

で与えられるとき，以下の問いに答えよ．ここで i は虚数単位である．

(1) $\hat{S}_x$と$\hat{S}_y$の交換関係から$\hat{S}_z$の行列を求めよ．

(2) $\hat{S}_x$の固有値と固有ベクトルを求めよ．固有ベクトルは規格化すること．

(3) スピンの x 成分を測定したとき，その値は$-\hbar/2$であった．この測定直後の状態をベクトル表記で表せ．

(4) $\hat{S}^2$の行列表示とその固有値を求めよ．ここで $\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2$である．

(5) $\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z, \hat{S}^2$間に成り立つ交換関係を基に，スピン角運動量の不確定性関係について 100～200 字程度で説明せよ．

2. 放物線型ポテンシャル$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$に閉じ込められた質量 m の粒子について，以下の問いに答えよ．ここで，ωはこのポテンシャル中を運動する粒子の古典的な固有振動数である．なお，粒子の運動は 1 次元とする．

(1) 粒子の波動関数を$\varphi(x)$，エネルギー固有値を E としたとき，波動関数が満たすべきシュレーディンガー方程式を示せ．

(2) 基底状態における波動関数が

$$\varphi(x) = A \exp\left(-\frac{k}{2}x^2\right) \qquad ①$$

で与えられるとき，定数 k とエネルギー固有値 E を求めよ．ここで A は規格化定数である．

(3) 運動量演算子を$\hat{p}_x$とする．粒子の状態が①式の波動関数で表されるとき，$\hat{p}_x$と$\hat{p}_x^2$の期待値をそれぞれ求めよ．規格化定数 A は答えに含まれていてもよい．また，必要ならガウス積分の公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2)\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x\exp(-ax^2)\,dx = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2\exp(-ax^2)\,dx = \frac{1}{2a}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

を使ってもよい．ここで a は正の定数である．

[3] 物性工学

1. 結晶中の格子面により，電子波が完全に反射するブラッグ反射を考える．ここで$\vec{k}$を入射電子波の波数ベクトル，$\vec{k}_{\mathrm{R}}$を格子面により反射した電子波の波数ベクトル，$\vec{G}$を逆格子ベクトルとする．ただし，反射時に電子波の波数ベクトルの大きさは変化しないと仮定する．以下の問に答えよ．

(1) 結晶中で電子波が完全に反射される条件は$\vec{G}=\vec{k}_{\mathrm{R}}-\vec{k}$と書くことができることから，$2\vec{k}\cdot\vec{G}+\left|\vec{G}\right|^2=0$の関係が成り立つことを示せ．

(2) x,y軸方向に原子が周期的に配列した格子定数aの 2 次元正方格子を考える．x,y方向の単位ベクトルをそれぞれ$\vec{i},\vec{j}$とすると，$\vec{k}=k_x\vec{i}+k_y\vec{j}$，$\vec{G}=(2\pi n_x\vec{i})/a+\left(2\pi n_y\vec{j}\right)/a$（ただし$n_x$，$n_y$は整数）と書くことができる．(1)の結果を参考にして，電子波が結晶格子によりブラッグ反射される条件をk_x, k_y, n_x, n_y, aを用いた関係式により書き表せ．

(3) この 2 次元正方格子における自由電子ガスモデルを考える．質量mの電子の波動関数φは，式 1の時間に依存しないシュレーディンガー方程式に従うとする．

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right)=E\varphi \qquad \text{式 1}$$

ここで，Eは波動関数$\varphi(x,y)=A\exp\left\{i\left(k_x x+k_y y\right)\right\}$（$A$は定数）で表される電子のエネルギー，$\hbar$は換算プランク定数．設問(2)の結果を参考にして，電子の波数空間における第 1 ブリュアン領域（ただし領域の境界を含む）の中で，電子が取り得るエネルギーEの最大値を，問題文中で与えられた定数を適宜用いて書き表せ．

２．3 次元の自由電子ガスモデルを考える．電子のエネルギーをEとして，単位体積および単位エネルギー当たりの電子の状態密度関数$D(E)$を式 2で書き表す．

$$D(E)=\frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}E^{\frac{1}{2}} \qquad \text{式 2}$$

mは電子の質量で，$\hbar$は換算プランク定数．電子の数密度をNとして，系が絶対零度にあって電子の熱励起がない場合について考える．以下の問いに答えよ．

(1) この電子系のフェルミエネルギーE_{F}を，問題文中に与えられた定数を適宜用いて書き表せ．

(2) フェルミエネルギーを持つ電子の波数k_{F}を，問題文中に与えられた定数を適宜用いて書き表せ．なお、電子は運動エネルギーのみを持つとし，また，電子波の運動量pは，波数kを用いて$p=\hbar k$で表される．

(3) この電子系の持つ内部エネルギー（単位体積内の個々の電子が持つエネルギーの総和）E_{U}を，フェルミエネルギーE_{F}と問題文中に与えられた定数を適宜用いて書き表せ．

[4] 情報通信工学

1. Open System Interconnection（OSI）7 階層モデルについて, 以下の問いに答えよ.
 (1) 7階層全ての階層名を答えよ．また，2階層目と6階層目について，それらの階層が担う主要な機能を40文字以上80文字以内で説明せよ.
 (2) 以下の選択肢 (a)～(e)のうち，1階層目に関連するものを全て選べ.
 (a)周波数変調　(b)ノード間通信　(c)光ファイバの屈折率　(d)ハミング符号　(e)アンテナ形状

2. 角速度ω_cを持つ基準波$A\cos\omega_c t$と$B\sin\omega_c t$を用いて, 変調波を生成することを考える．tは時間とする．以下の問いに答えよ.
 (1) $(A,B) = (1,1), (-1,1), (-1,-1), (1,-1)$で基準波を合成し，4つの変調波を生成する．それぞれの変調波をcos関数で表せ．また，生成した変調波間の最小の位相差を求めよ．ただし，位相差は正とする.
 (2) 変調波間の最小の位相差が $\frac{\pi}{4}$ となるように, (1)で求めた変調波に加えて, 新たに振幅の等しい4つの変調波を生成する. それぞれの変調波をcos関数で表せ.
 (3) 設問2. (1)と設問2. (2)で生成した8つの変調波を用いて，8値の情報を1つのシンボルとして伝送する．このとき，シンボルレートとして800 Mシンボル／秒, 伝送効率 20%の通信経路において, 48バイトのデータあたり4バイトの誤り訂正用冗長コードと12バイトのヘッダを付加した伝送について，9 Gバイトのファイルの伝送に必要な時間を求めよ．ただし，1 Gバイト＝1,024 Mバイトとする.

3. 図1で示す線形システムで記述された伝送路について, 以下の問いに答えよ. tは時間とする.
 (1) 下記のように定義されるランプ波$f(t)$をラプラス変換して$F(s)$を求めよ. ただし，導出過程を明確に示すこと.

$$f(t) = \begin{cases} t & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

 (2) 図1の伝送路の伝達関数$G(s)$を求めよ．また，ランプ波$f(t)$を伝送路に入力したときの応答$y(t)$を求めよ.

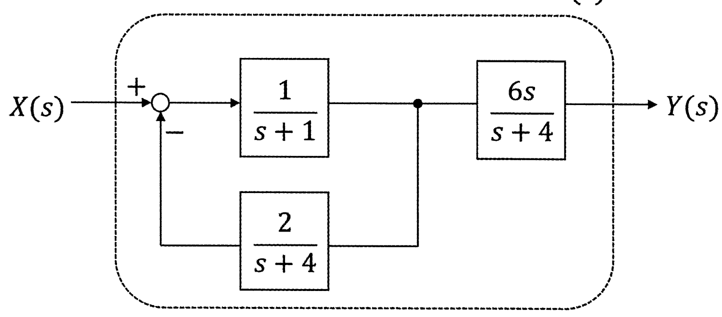

図1

[5] 光エレクトロニクス

１． 同一の角周波数ωを持つ２つの平面波$u_1 = \mathrm{Re}[U_1 \exp\{i(\omega t - \boldsymbol{k}_1 \bullet \boldsymbol{r})\}]$と$u_2 = \mathrm{Re}[U_2 \exp\{i(\omega t - \boldsymbol{k}_2 \bullet \boldsymbol{r})\}]$の真空中での干渉を考える．ただし，$U_1$と$U_2$は光波の複素振幅，$\boldsymbol{k}_1$と$\boldsymbol{k}_2$は光波の波数ベクトル，$\boldsymbol{r}$は位置ベクトル，$t$は時刻，$i$は虚数単位を表す．以下においては，図１に示すように，２つの平面波が$x-z$面内方向に伝搬し，z軸に対して近軸光線と仮定する．

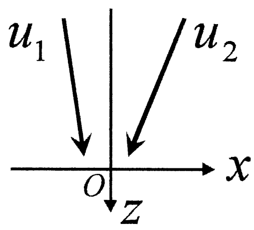

図１

(1) $z=0$におけるその光強度$I(x)$の分布を求めよ(相対値で良い)．ただし，$\boldsymbol{k}_1$と$\boldsymbol{k}_2$のx成分をk_{1x}，k_{2x}，U_1とU_2の位相をϕ_1，ϕ_2とせよ．また，１つの cos 関数を含む形で表記すること．

(2) $z=0$における光強度$I(x)$に干渉縞が生じない場合，$\boldsymbol{k}_1$と$\boldsymbol{k}_2$の関係を示せ．

(3) 設問(1)において，干渉縞の周期を求めよ．

(4) 干渉縞の可視度(Visibility)を最大にする U_1 と U_2 の関係式を導け．ただし，干渉縞強度の最大値を$I_{\max}$，干渉縞強度の最小値を$I_{\min}$とするとき，可視度Vを次式で定義するものとする．

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

２． 次の事項について，それぞれ100～200字で説明せよ．適宜，式や図を用いても良い．

(1) 光の反射と屈折における臨界角

(2) 矩形開口から十分遠方の回折光の強度分布．またこの場合の，開口の大きさと回折光の拡がり角との関係