1　応用数学

1－1　次の行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ について，以下の問いに答えよ．ただし，a は~~正の~~実数である．
（削除）

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3a+2 & (a-2)\sqrt{3} \\ (a-2)\sqrt{3} & a+6 \end{pmatrix} \qquad ①$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \qquad ②$$

（1）行列 $\mathbf{B}$ の固有値と固有ベクトルを全て求めよ．

（2）a の値によらず，$\mathbf{AAB} = \mathbf{ABA} = \mathbf{BAA}$ が成り立つことを示せ．

（3）（　与えられた条件(訂正前)を満たす解が存在しないため削除　）

1－2　3 次元ベクトル関数 $\mathbf{v}(x,y,z) = xy\,\mathbf{i}_x + 8y\,\mathbf{i}_y - 2z(z+1)\mathbf{i}_z$ について，次の問いに答えよ．ただし，$\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ は x, y, z 方向の単位ベクトルである．

（1）ベクトル関数 $\mathbf{v}$ の発散 $f(x,y,z) = \nabla \cdot \mathbf{v}$ を求めよ．ただし，$\nabla = (\partial/\partial x)\mathbf{i}_x + (\partial/\partial y)\mathbf{i}_y + (\partial/\partial z)\mathbf{i}_z$ である．

（2）（1）で求められたスカラ関数 $f(x,y,z)$ を，直交座標表示 (x,y,z) から円筒座標表示 (r,θ,z) に変換せよ．ただし，xy 平面上の $x=y=0$ を中心としたときの動径距離（半径）を $r\ (r \geq 0)$ とし，方位角 $\theta\ (0 \leq \theta \leq 2\pi)$ は x 軸上の正の方向で $\theta = 0$ となるように定めるものとする．

（3）円錐面 $\mathrm{S}_0 : r = -z\ (-1 \leq z \leq 0)$，および，底面 $\mathrm{S}_1 : r \leq 1\ (z = -1)$ から成る閉曲面 S について考える．ベクトル関数 $\mathbf{v}$ の面 S に関する法線面積分を計算すると，面 S 上の単位法線ベクトル $\mathbf{n}$ を用いて

$$\iint_{\mathrm{S}} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}\, dS = m\pi \qquad ③$$

と表せる．ここで，m は整数である．m の値を求めよ．ただし，式③の左辺はガウスの発散定理と（2）で得られた円筒座標表示のスカラ関数 $f(r,\theta,z)$ を用いて，次のような体積積分に変形できることを用いてもよい．

$$\iint_{\mathrm{S}} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}\, dS = \int_{z=-1}^{z=0} \int_{r=0}^{r=-z} r \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} f(r,\theta,z)\, d\theta\, dr\, dz \qquad ④$$

2　コンピュータ工学

2－1 キャッシュメモリに関する文章を読み，以下の問いに答えよ．

> キャッシュメモリとは，アクセスの局所性を利用し，レジスタへのアクセス時間とメインメモリの動作速度のギャップによる動作速度の低下を改善する仕組みで，プロセッサが必要とする（ア）や（イ）を蓄えておく小容量で高速なメモリのことである．（ア）と（イ）は性質が異なるため，それぞれに応じたキャッシュメモリが用意されることがある．一般に，（ア）は読み出しのみで書き込みは不要だが，（イ）は読み出しと書き込みの両方が起こりうる．キャッシュメモリはラインと呼ばれる，まとまったブロック単位で管理されている．プロセッサから要求された（ア）や（イ）がキャッシュメモリ上に存在することをヒット，存在しないことをミスヒットという．ミスヒットが生じた場合，状況に応じてキャッシュメモリの一部をメインメモリの必要部分と置き換える．この処理をライン置換という．

（1）（ア）・（イ）にあてはまる最も適切な語句を以下から選べ．
(A) アドレス　(B) プロセス　(C) 命令　(D) 配列　(E) データ

（2）アクセスの局所性について簡潔に説明せよ．

（3）ライン置換の方式の一つであるダイレクトマッピング方式について，その利点と欠点を含めて簡潔に説明せよ．

（4）ヒットする確率を p，キャッシュメモリへのアクセス時間を T_c，メインメモリへのアクセス時間を T_m としたとき，実効アクセス時間 T（プロセッサが必要とする情報を取得するためにかかる平均的な時間）を表す数式を示せ．

2－2 図 2-1 に示す論理回路の真理値表を完成させよ．

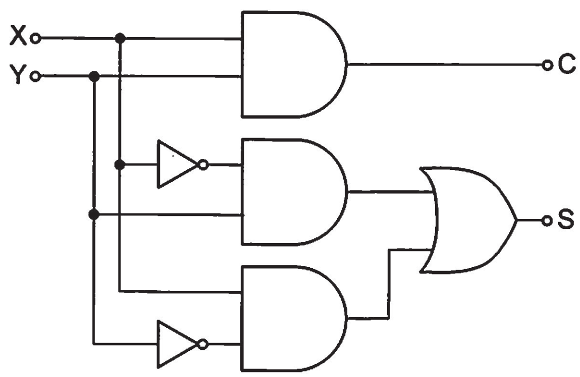


図 2-1

裏へ続く

２－３　数の表現に関して，以下の問いに答えよ．

（１） 符号なし固定小数点 2 進数 1111.1101 を 10 進数に変換せよ．

（２） 10 進数 12.3 を 2 進数に変換せよ．

（３） 2 の補数を用いた場合，2 バイトの 2 進数で表現できる整数の範囲を 10 進数で答えよ．

（４） 10 進数の-625 を 16 ビットの 2 の補数表現の 2 進数で表せ．

２－４　メモリ機構に関する以下の問いに応えよ．

（１） 以下のメモリ機構の動作を簡潔に説明せよ．

（ア） スタック

（イ） キュー

（ウ） 連想メモリ

（２） 以下に示す（ａ）～（ｆ）は，スタック，キュー，連想メモリの用途としていずれが適切と思われるか．それぞれ，適切なものに分類せよ．

（ａ）仮想メモリのアドレス変換バッファ

（ｂ）割り込み処理におけるプロセッサ状態の退避

（ｃ）サブルーチン分岐におけるリターンアドレスの格納

（ｄ）FIFO(First In First Out)による仮想メモリのページ置換機構の実現

（ｅ）ネットワーク間接続装置のハブやルータでのアドレス検索

（ｆ）到着順によるタスクスケジューリングでの実行順序の格納

3 信号処理

3－1　実数信号 $x(t)$ のフーリエ変換は次式で与えられる．

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$$

ただし，$j = \sqrt{-1}$ であり，ω は角周波数である．
また，実数信号 $x_1(t)$ および $x_2(t)$ が，それぞれ次式のように与えられている．

$$x_1(t) = \begin{cases} r & \left(-\dfrac{1}{r} \leq t < \dfrac{1}{r}\right) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases}$$

$$x_2(t) = \begin{cases} r & \left(-\dfrac{3}{r} \leq t < -\dfrac{1}{r}\right) \\ 2r & \left(-\dfrac{1}{r} \leq t < \dfrac{1}{r}\right) \\ r & \left(\dfrac{1}{r} \leq t < \dfrac{3}{r}\right) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases}$$

ただし，r は正の定数である．このとき，以下の問題に答えなさい．

（1）　$x_1(t)$ のフーリエ変換 $X_1(\omega)$ を求めなさい．

（2）　$x_2(t)$ を $x_1(t)$ を用いて表しなさい．

（3）　$x_2(t)$ のフーリエ変換 $X_2(\omega)$ を求めなさい．

（4）　実数信号 $y(t)$ を $x_1(t)$ と $x_2(t)$ を用いて次式で定義するとき，そのフーリエ変換 $Y(\omega)$ を求めなさい．

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau$$

裏へ続く

３－２　離散時間信号 $x[n]$ ($n < 0$ で $x[n] = 0$) の z 変換 $X(z)$ は次式で与えられる．

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] z^{-n}$$

このとき，以下の問題に答えなさい．

（１）　以下の単位ステップ信号

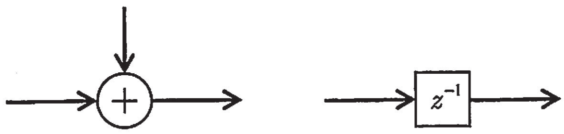
$$u[n] = \begin{cases} 1 & (n \geq 0) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases}$$

の z 変換 $U(z)$ を求めなさい．なお，$|z^{-1}| < 1$ と仮定し，公比 r（ただし，$|r| < 1$）の無限等比級数の和における以下の関係を使いなさい．

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1-r}$$

（２）　伝達関数 $H(z)$ をもつ離散時間システムがある．今，入力信号 $x[n]$ が（１）の単位ステップ信号である，すなわち，$X(z) = U(z)$ であるとき，出力信号 $y[n]$ の z 変換として $Y(z) = 1$ が得られた．このとき，伝達関数 $H(z)$ を z を用いて表しなさい．

（３）　（２）で得られた伝達関数 $H(z)$ を持つ離散時間システムを，以下の加算器と遅延要素を用いて図示しなさい．



(a) 加算器　　(b) 遅延要素

ただし，(a) において減算を行う際には，入力に − 記号を付与する．

（４）　（２）の離散時間システムの入力信号が次式で与えられるとき，出力信号 $y[n]$ を求めなさい．

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases}$$