

1 画像処理

- 1-1 サイズが $X \times Y$ 画素である画像 f の実数の画素値を $f(x, y)$ ($x = 0, 1, \dots, X-1; y = 0, 1, \dots, Y-1$) とする. また, 画像 f における画素値の平均 μ_f および分散 σ_f^2 をそれぞれ以下のように定義する.

$$\mu_f = \frac{1}{XY} \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} f(x, y)$$

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{XY} \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} (f(x, y) - \mu_f)^2$$

また, $R_f(\tau_x, \tau_y)$ および $\rho_f(\tau_x, \tau_y)$ ($\tau_x = 0, 1, \dots, X-1; \tau_y = 0, 1, \dots, Y-1$) をそれぞれ以下の通り定義する.

$$R_f(\tau_x, \tau_y) = \frac{1}{XY} \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} f(x, y) f(x - \tau_x, y - \tau_y)$$

$$\rho_f(\tau_x, \tau_y) = \frac{\frac{1}{XY} \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} (f(x, y) - \mu_f) (f(x - \tau_x, y - \tau_y) - \mu_f)}{\sigma_f^2}$$

ただし, $x - \tau_x < 0$ のとき, $x - \tau_x$ は $X + x - \tau_x$ で置き換えられるものとする.

また, $y - \tau_y < 0$ のとき, $y - \tau_y$ は $Y + y - \tau_y$ で置き換えられるものとする.

このとき, 以下の問題に答えなさい.

- (1) サイズが $X \times Y$ 画素である画像 g の画素値を $g(x, y) = af(x, y) + b$ と定義したとき, 画像 g の画素値の分散 σ_g^2 を σ_f^2 を用いて表しなさい. ただし, a および b は実数の定数である.
- (2) (1) で求められる σ_g^2 を $R_f(0, 0)$ および μ_f を用いて表しなさい.
- (3) $\rho_f(\tau_x, \tau_y)$ を $R_f(\tau_x, \tau_y)$, μ_f および σ_f^2 を用いて表しなさい.

裏へ続く

1-2 サイズが $X \times Y$ 画素である画像 h の実数の画素値を $h(x, y)$ ($x = 0, 1, \dots, X - 1; y = 0, 1, \dots, Y - 1$) とする. また, 画像 h の離散フーリエ変換を次式のように定義する.

$$H(u, v) = \frac{1}{\sqrt{XY}} \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} h(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{X} + \frac{vy}{Y})}$$

ただし, $j = \sqrt{-1}$ であり, u および v ($u = 0, 1, \dots, X - 1; v = 0, 1, \dots, Y - 1$) は周波数を表す. また, $H(u, v)$ の離散フーリエ逆変換を次式のように定義する.

$$h(x, y) = \frac{1}{\sqrt{XY}} \sum_{u=0}^{X-1} \sum_{v=0}^{Y-1} H(u, v) e^{j2\pi(\frac{ux}{X} + \frac{vy}{Y})}$$

このとき, 以下の問題に答えなさい.

- (1) サイズが 2×2 画素の画像 h_1 が与えられ, $h_1(0, 0) = 50$, $h_1(1, 0) = 40$, $h_1(0, 1) = 40$ および $h_1(1, 1) = 60$ であるとき, その離散フーリエ変換 $H_1(0, 0)$, $H_1(1, 0)$, $H_1(0, 1)$ および $H_1(1, 1)$ を求めなさい.
- (2) サイズが 2×2 画素の画像 h_2 が与えられ, $h_2(x, y) = h_1(x, y) + 50$ のとき, その離散フーリエ変換 $H_2(0, 0)$, $H_2(1, 0)$, $H_2(0, 1)$ および $H_2(1, 1)$ を求めなさい.
- (3) 以下の式が成り立つことを証明しなさい.

$$\sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} h(x, y) h^*(x, y) = \sum_{u=0}^{X-1} \sum_{v=0}^{Y-1} H(u, v) H^*(u, v)$$

ただし, $h^*(x, y)$ および $H^*(u, v)$ はそれぞれ $h(x, y)$ および $H(u, v)$ の複素共役である.

なお, $h(x, y)$ は実数であるため, $h(x, y) = h^*(x, y)$ が成り立つ.

2-1 以下に示す自然言語処理の各用語を簡単に説明せよ。また、利点と欠点も述べよ。

- (1) 形態素解析における接続コスト最小法
- (2) 形態素解析における二文節最長一致法
- (3) 構文解析におけるボトムアップ法
- (4) 意味表現における格フレーム
- (5) 機械翻訳における変換方式

2-2 以下のような単語ごとに分割された文章に対する設問に解答せよ。

研究/の/目的/は/人間/と/同等/の/言語/能力/を/持つ/システム/の/工学的/実現/と/その/応用/で/ある
 /。/質問/応答/システム/, /航空券/予約/システム/等/の/特定/の/目的/を/持つ/タスク/指向/型/対話/
 システム/の/研究/は/多い/が/, /非/タスク/指向/型/対話/システム/ (雑談/システム/) /の/研究/は/
 少ない。/人間/は/これら/両方/を/自由自在/に/切り替え/ながら/対話/する/こと/が/できる/。

- (1) 上記の文章中の「対話/システム」の単語bigram確率を求めよ。
- (2) 上記の文章中の「型/対話/システム」の単語 trigram 確率を求めよ。

2-3 文脈自由文法の文法規則が以下のように与えられている時に以下の設問に解答せよ。

文法規則

$S \rightarrow PP^* \cdot V$ $PP \rightarrow NP \cdot P$ $NP \rightarrow ADJ^* \cdot N$
 * : 繰り返し可能 S : 文 PP : 後置詞句 V : 動詞
 NP : 名詞句 N : 名詞 P : 助詞 ADJ : 形容詞

- (1) これらの文法規則を用いて解析可能な文を挙げた上で、その文の構文解析結果を述べよ。
- (2) (1) の構文解析を行う場合に必要となる辞書を述べよ。

3-1 $u(t)$ と $U(f)$ がフーリエ変換対の関係にあるとき、次式のように表現できる。

$$U(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} U(f)e^{j2\pi ft} df$$

ただし、 $j = \sqrt{-1}$ であり、 t は時刻、 f は周波数を表す。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) $v(t)$ のフーリエ変換が

$$V(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & |f| > \frac{B}{2} \end{cases}$$

で表されている。ただし、 B は正実数である。 $v(t)$ を求めよ。

(2) ディラックのデルタ関数を $\delta(t)$ とすると、時間間隔 T のインパルス列は次式で表される。

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

$s(t)$ は周期 T の周期関数であるため

$$s(t) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi mt/T}$$

とフーリエ級数展開できる。(1) の $v(t)$ に $s(t)$ を乗積した信号 $v(t)s(t)$ のフーリエ変換 $V_s(f)$ を $V(f)$ を用いて表し、図示せよ。ただし、 $T < 1/B$ である。なお、 $\delta(t)$ は次の性質を持つ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} q(t)\delta(t - a)dt = q(a)$$

ここで、 a は任意の実数であり、 $q(t)$ は $t = a$ で連続である。

3-2 2つの独立な確率変数 x と y があり, この結合確率密度関数が次式で与えられている.

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad -\infty < x, y < \infty$$

次に, $x = R \cos \phi$, $y = R \sin \phi$ という関係で表される 2つの確率変数 R ($0 \leq R < \infty$), ϕ ($-\pi < \phi \leq \pi$) を考える. この2つの確率変数の結合確率密度関数を $q(R, \phi)$ とするとき, $q(R, \phi)$ は $p(x, y)$ を用いて次式のように表せる.

$$q(R, \phi) = |J| p(x, y)$$

ただし, J はヤコビアンであり, 以下の行列式である.

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial R} & \frac{\partial x}{\partial \phi} \\ \frac{\partial y}{\partial R} & \frac{\partial y}{\partial \phi} \end{vmatrix}$$

このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) J の絶対値 $|J|$ を求めよ.
- (2) $q(R, \phi)$ を求めよ.
- (3) $\int_{-\pi}^{\pi} q(R, \phi) d\phi$ を求めよ.
- (4) $\int_0^{\infty} q(R, \phi) dR$ を求めよ.
- (5) R と ϕ が独立かどうか, 理由を添えて答えよ.

4-1 図 4-1 に示すように、特性抵抗 R_c 、位相定数 β で長さが l の無損失伝送線路の終端にインピーダンスが Z_L の負荷が接続されている。このとき、伝送線路の入力端から負荷側を見込んだ入力インピーダンス Z_{in} は式①で与えられる。

$$Z_{in} = R_c \frac{Z_L + jR_c \tan \beta l}{R_c + jZ_L \tan \beta l} \quad \text{①}$$

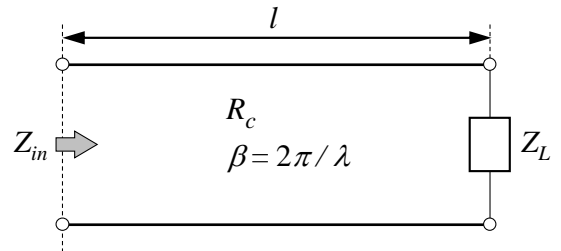


図 4-1

ここで、 $j = \sqrt{-1}$ であり、伝送線路上の波長を λ とすると、位相定数と波長との間に $\beta = 2\pi/\lambda$ の関係が成り立つ。このとき、次の問いに答えなさい。なお、以下の問いにおいては、伝送線路上の波長 λ は自由空間中の波長に等しく、自由空間における光速 c_0 が $c_0 = 3.0 \times 10^8$ [m/s] であるものとする。また、 π は円周率であるものとする。

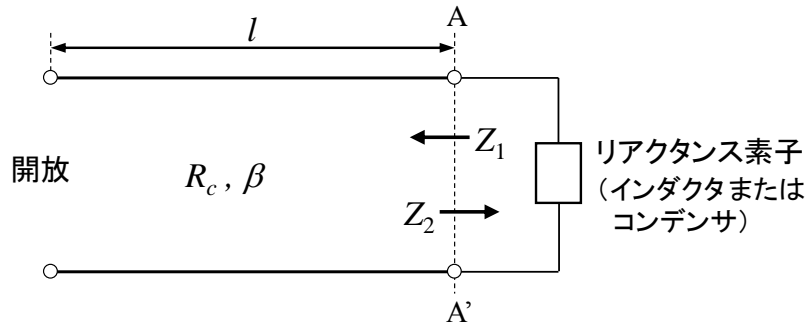


図 4-2

- (1) 図 4-2 に示すように、特性抵抗 R_c 、位相定数 β で長さが l の無損失伝送線路の一方を開放として、他方にリアクタンス素子（インダクタまたはコンデンサ）を接続する。伝送線路とリアクタンス素子の接続点 A-A' から伝送線路とリアクタンス素子を見込んだインピーダンスをそれぞれ Z_1 、 Z_2 とする。式①を用いて、インピーダンス Z_1 を表す式を導出しなさい。
- (2) 図 4-2 に示す回路は共振回路として動作する。この回路の共振周波数においてインピーダンス Z_1 と Z_2 の間に成り立つ関係式として正しいものを次の(ア)～(オ)から一つ選んで答えなさい。
 (ア) $Z_1 - Z_2 = 0$ (イ) $Z_1 Z_2 = 0$ (ウ) $Z_1 + Z_2 = 0$ (エ) $Z_1 + Z_2 = 1$ (オ) $Z_1 / Z_2 = 1$
- (3) 図 4-2 に示す共振回路において、リアクタンス素子として静電容量が C [F] のコンデンサが接続されていて、 $R_c = \frac{400}{3\pi}$ [Ω]、 $l = 0.3$ [m] であるものとする。このとき、回路の共振周波数が 375 [MHz] となるような静電容量 C の値を求めなさい。
- (4) 図 4-2 に示す共振回路において、リアクタンス素子としてインダクタンス $L = 10$ [nH] のインダクタが接続されていて、 $R_c = 20\pi$ [Ω] であるものとする。このとき、回路の共振周波数が 1 [GHz] となるような線路長 l のうち、最も短いものの値 を求めなさい。

4-2 図 4-3 に示すように、コアの屈折率が n_1 、クラッドの屈折率が n_2 、コアの厚さが $2a$ （コア中心が $y=0$ ）の対称三層誘電体導波路（コア-クラッド境界に垂直な方向が y 、伝搬方向が z ）において、角周波数 ω で振動する平面波がコアとクラッドの境界で全反射を繰り返して伝搬しているとき以下の問いに答えなさい。ただし、真空の誘電率、および透磁率はそれぞれ ϵ_0 、 μ_0 であり、 z 方向の伝搬定数を β とし、平面波の伝搬角（ z 軸からの角度）を θ とする。

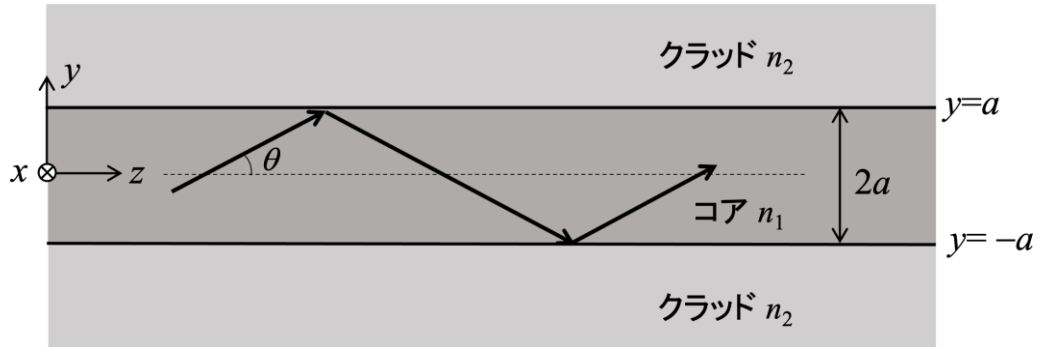


図 4-3

- (1) 伝搬モードが存在するための伝搬定数 β の範囲を答えなさい。
- (2) コア内における y 方向の位相定数を ξ 、およびクラッド内における y 方向の減衰定数を η とすると、 ξ と η は n_1 、 n_2 、 β 、 ω 、 ϵ_0 、 μ_0 などを用いてそれぞれどのように与えられるかを答えなさい。
- (3) この対称三層誘電体導波路を伝搬する平面波は、入射面（ yz 面）に垂直な電界成分をもつ平面波と、入射面に垂直な磁界成分をもつ平面波の組とに分けることができるが、このうち TE モードとは、どちらの平面波であるかを答えなさい。
- (4) TE モードにおいて、基本モードのフェーザ電磁界分布は β 、 ξ 、 η などを用いて、コア内、クラッド内でそれぞれどのように与えられるかを答えなさい。

このページは白紙です

