

## 1 画像処理

- 1-1 サイズが  $X \times Y$  画素の画像  $f$  における実数の画素値を  $f(x, y)$  ( $x = 0, 1, \dots, X-1; y = 0, 1, \dots, Y-1$ ) とする。また、画像  $f$  の離散フーリエ変換を  $S(u, v)$  ( $u = 0, 1, \dots, X-1; v = 0, 1, \dots, Y-1$ ) とするとき、次式が成り立つものとする。

$$S = A_x F A_y$$

ただし、 $S$  の  $(u+1)$  行  $(v+1)$  列目の要素は  $S(u, v)$  であり、 $F$  の  $(x+1)$  行  $(y+1)$  列目の要素は  $f(x, y)$  であるとする。また、 $A_x$  の  $(u+1)$  行  $(x+1)$  列目の要素を  $A_x(u, x)$  および  $A_y$  の  $(y+1)$  行  $(v+1)$  列目の要素を  $A_y(y, v)$  とするとき、これらはそれぞれ次式で定義されるものとする。

$$A_x(u, x) = \frac{1}{\sqrt{X}} e^{-j2\pi \frac{ux}{X}}$$

$$A_y(y, v) = \frac{1}{\sqrt{Y}} e^{-j2\pi \frac{yv}{Y}}$$

なお、 $j = \sqrt{-1}$  である。このとき、以下の問題に答えなさい。

- (1)  $B_x = A_x^* A_x$  とするとき、その対角要素が 1 となることを示しなさい。ただし、 $A_x^*$  は  $A_x$  の共役転置行列である。
- (2) (1) で定義される  $B_x$  の非対角要素が 0 となることを示しなさい。
- (3)  $X = 2, Y = 2$  であり、

$$F = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

であるとき、 $S$  を求めなさい。

1-2 サイズが  $X \times Y$  画素である画像  $g$  の実数の画素値を  $g(x, y)$  ( $x = 0, 1, \dots, X - 1; y = 0, 1, \dots, Y - 1$ ) とする. また, 画像  $g$  における画素値の平均  $\mu_g$  および分散  $\sigma_g^2$  をそれぞれ以下のように定義する.

$$\mu_g = \frac{1}{XY} \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} g(x, y)$$

$$\sigma_g^2 = \frac{1}{XY} \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} (g(x, y) - \mu_g)^2$$

また,  $C_g(\tau_x)$  ( $\tau_x = 0, 1, \dots, X - 1$ ) を

$$C_g(\tau_x) = \frac{1}{XY} \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} g(x, y)g(x - \tau_x, y)$$

と定義する. ただし,  $x - \tau_x < 0$  のとき,  $x - \tau_x$  は  $X + x - \tau_x$  で置き換えられるものとする.

ここで, サイズが  $X \times Y$  画素である画像  $h$  の画素値  $h(x, y)$  を

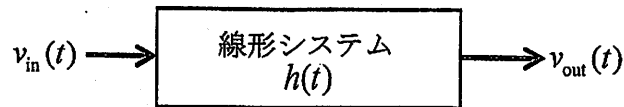
$$h(x, y) = \frac{g(x-1, y) + g(x-2, y)}{2}$$

と定義するとき, 以下の問題に答えなさい.

- (1) 画像  $h$  の画素値  $h(x, y)$  の分散  $\sigma_h^2$  を,  $\sigma_g^2$  および  $C_g(\tau_x)$  を用いて表しなさい.
- (2)  $C_g(\tau_x) = \sigma_g^2 e^{-\alpha \tau_x}$  とするとき,  $\frac{\sigma_h^2}{\sigma_g^2}$  を  $\alpha$  を用いて表しなさい. ただし,  $\alpha$  は正の定数とする.

- 2-1 コンピュータが意味を理解するという事は「自然言語を意味表現に変換すること」と定義することができる。その理由について述べよ。
- 2-2 機械翻訳に関する以下の設問に解答せよ。
- (1) 単語直接方式と中間言語方式（ピボット方式）について両方式の長所と短所を挙げた上で比較せよ。
  - (2) 日本語を英語に翻訳する際に単語直接方式と中間言語方式のうち適していると考えられる方式を挙げ、その理由を述べよ。
- 2-3 対話システムに関する以下の設問に解答せよ。
- (1) タスク指向型システムに比べて非タスク指向型（雑談）システムでは人間の対話処理に近い能力を実現することが困難である理由を述べよ。
  - (2) 非タスク指向型システムの対話処理能力を改善する方法について述べよ。

- 3-1 信号  $v_{in}(t)$  を下図のように線形システムに入力させたとき、その出力を  $v_{out}(t)$  と表す。この線形システムのインパルス応答が、 $h(t) = A\delta(t-\tau)$  で与えられているとする。ただし、 $t$  は時間、 $\delta(t)$  はディラックのデルタ関数（以下デルタ関数と表記する）、 $A$  と  $\tau$  は正の定数とする。



なお、デルタ関数には任意の連続関数  $g(t)$  に対して次式の性質がある。

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t)\delta(t-a)dt = g(a)$$

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) この線形システムの伝達関数  $H(f)$  を求めよ。ただし、 $f$  は周波数を表す。なお、関数  $x(t)$  のフーリエ変換  $X(f)$  は以下で定義する。

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\exp(-j2\pi ft)dt$$

- (2)  $v_{out}(t) = Av_{in}(t-\tau)$  となることを証明せよ。

- 3-2 電力スペクトル密度  $G(f) = \frac{n_0}{2}, |f| < \infty$  の白色雑音  $n(t)$  がある。ただし、 $f$  は周波数、 $t$  は時間、 $n_0$  は正の定数である。 $n(t)$  の自己相関関数  $R(\tau)$  は電力スペクトル密度  $G(f)$  の逆フーリエ変換によって以下の式で計算できる。ただし、 $\tau$  は時間差である。

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)\exp(j2\pi f\tau)df$$

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $n(t)$  の自己相関関数  $R(\tau)$  を計算せよ。なお、デルタ関数に関する以下の式を利用すること。

$$\delta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(j2\pi ft)df$$

- (2) 白色雑音  $n(t)$  の周波数を  $|f| \leq B$  ( $B$  は正の定数) に制限した低域雑音  $\bar{n}(t)$  の電力スペクトル密度  $\bar{G}(f)$  は以下のように定義できる.

$$\bar{G}(f) = \begin{cases} \frac{n_0}{2}, & |f| \leq B \\ 0, & \text{上記以外} \end{cases}$$

このとき,  $\bar{n}(t)$  の自己相関関数  $\bar{R}(\tau)$  は以下の通りとなる.

$$\begin{aligned} \bar{R}(\tau) &= \int_{-B}^B \frac{n_0}{2} \exp(j2\pi f\tau) df \\ &= n_0 B \frac{\sin(2\pi B\tau)}{2\pi B\tau} \end{aligned}$$

ここで, 白色雑音  $n(t)$  の周波数を  $f_c$  を中心とした帯域幅  $B$  で制限した狭帯域雑音  $\hat{n}(t)$  を考える.  $\hat{n}(t)$  の電力スペクトル密度  $\hat{G}(f)$  は次のように定義できる.

$$\hat{G}(f) = \begin{cases} \frac{n_0}{2}, & |f - f_c| \leq \frac{B}{2} \text{ および } |f + f_c| \leq \frac{B}{2} \\ 0, & \text{上記以外} \end{cases}$$

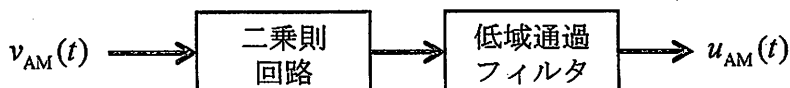
このとき,  $\hat{n}(t)$  の自己相関関数  $\hat{R}(\tau)$  を計算せよ.

- (3) 狭帯域雑音  $\hat{n}(t)$  の平均電力を求めよ. なお, 平均電力は  $\tau = 0$  のときの自己相関関数の値に等しい.

3-3 変調信号  $m(t)$  で搬送波  $\cos 2\pi f_c t$  を振幅変調し搬送波  $A \cos 2\pi f_c t$  を加えた被変調信号  $v_{AM}(t)$  について次の問いに答えよ. ただし,  $A$  は正の定数,  $t$  は時間,  $f_c$  は搬送波周波数であり, 雑音は無視する.

- (1)  $v_{AM}(t)$  を式で表せ.

- (2) 入力を二乗して出力する二乗則回路がある. 二乗則回路と低域通過フィルタを以下の図のように組み合わせることで  $v_{AM}(t)$  を復調することを考える. 今, 二乗則回路の入力が  $v$  のとき出力  $u$  は  $u = kv^2$  ( $k$  は正の定数) と得られるとする. また, 低域通過フィルタは,  $m(t)$  の最大周波数より大きな周波数を通過させないものとする. このときの出力信号  $u_{AM}(t)$  を計算せよ. ただし, 直流成分と  $m(t)$  の項は無視できるとする.



4-1 図4-1に示すように、特性抵抗  $R_c$ 、位相定数  $\beta$  の無損失伝送線路に、内部抵抗が  $R_g$  の正弦波交流電圧源  $V_g$  とインピーダンスが  $Z_L$  の負荷が接続されている。負荷から電源へ向かう方向に  $x$  軸を設定し、負荷の位置を  $x=0$  とすると、伝送線路上の任意の位置  $x=l$  における電圧のフェーザ表示  $V(l)$  および電流のフェーザ表示  $I(l)$  はそれぞれ次式①および②で与えられる。

$$V(l) = V_i e^{j\beta l} + V_r e^{-j\beta l} \quad \text{①}$$

$$I(l) = \frac{1}{R_c} (V_i e^{j\beta l} - V_r e^{-j\beta l}) \quad \text{②}$$

ここで、 $V_i$  と  $V_r$  はそれぞれ負荷の位置 ( $x=0$ ) における入射電圧及び反射電圧のフェーザ表示である。また、 $j = \sqrt{-1}$  であり、伝送線路上での波長を  $\lambda$  とすると、位相定数と波長との間に  $\beta = 2\pi/\lambda$  の関係が成り立つ。このとき、次の問いに答えなさい。

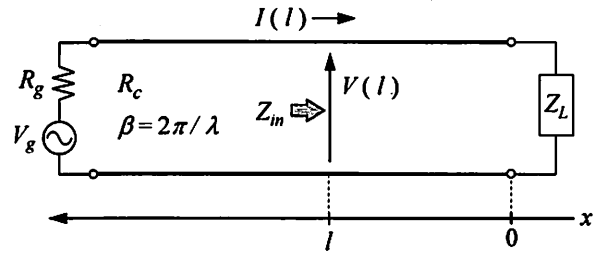


図 4-1

(1)  $x=l$  で負荷側を見込んだ入力インピーダンス  $Z_{in}$  は次式③で与えられることを示しなさい。

$$Z_{in} = R_c \frac{Z_L + jR_c \tan \beta l}{R_c + jZ_L \tan \beta l} \quad \text{③}$$

(2) 図4-2に示すように、内部抵抗  $R_g$  の正弦波交流電圧源  $V_g$  と、長さが  $l$  でインピーダンス  $Z_L$  の負荷で終端された無損失伝送線路との接続点から負荷側を見込んだ入力インピーダンスが  $Z_{in}$  であるものとする。このとき、正弦波交流電圧源  $V_g$  から負荷  $Z_L$  に供給される電力は、 $Z_{in} = R_g$  の条件が成り立つ場合に最大となることを示しなさい。

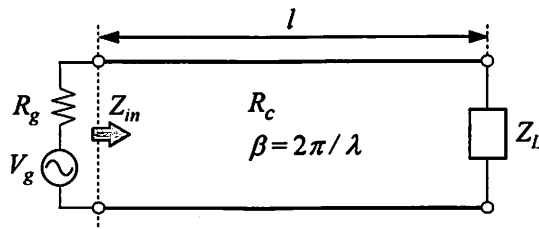


図 4-2

(3) 図4-2において、伝送線路の長さが  $l = \lambda/8$  であって、交流電源の内部抵抗  $R_g$  が  $100 \Omega$ 、伝送線路の特性抵抗  $R_c$  が  $50 \Omega$  であるものとする。この場合について、交流電圧源  $V_g$  から負荷  $Z_L$  に供給される電力が最大となるような負荷インピーダンス  $Z_L$  の値を求めなさい。

(4) 上記(3)において、交流電源の電圧  $V_g$  (波高値) が  $20 \text{ V}$  である場合、交流電源から負荷  $Z_L$  に供給される有効電力の最大値を求めなさい。

4-2 図4-3に示すように、コアの屈折率が  $n_1$ 、基板とクラッドの屈折率が  $n_2$ 、コアの厚さが  $2a$  (コア中心が  $y=0$ ) の対称三層誘電体導波路 (基板に垂直な方向が  $y$ 、伝搬方向が  $z$ ) において、コアと基板、およびコアとクラッドのいずれの境界においても、角周波数  $\omega$  で振動する平面波が入射角  $\theta_i$  で全反射を繰り返して伝搬しているとき以下の問いに答えなさい。ただし、真空の誘電率、および透磁率をそれぞれ  $\epsilon_0$ 、 $\mu_0$  とし、 $z$  方向の伝搬定数を  $\beta$ 、フェーザ電界ベクトルを  $\tilde{\mathbf{E}}$ 、フェーザ磁界ベクトルを  $\tilde{\mathbf{H}}$  とする。また、虚数単位を  $j=\sqrt{-1}$  とし、 $x$  方向、 $y$  方向、 $z$  方向の単位ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{i}_x$ 、 $\mathbf{i}_y$ 、 $\mathbf{i}_z$  とする。

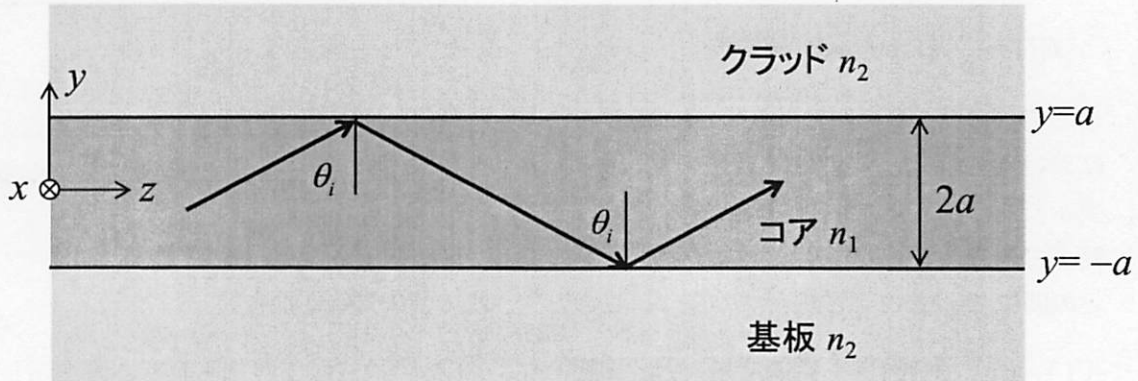


図 4-3

- (1) 複素電界の  $y$  方向分布を  $\mathbf{E}(y) = E_x(y)\mathbf{i}_x + E_y(y)\mathbf{i}_y + E_z(y)\mathbf{i}_z$ 、複素磁界の  $y$  方向分布を  $\mathbf{H}(y) = H_x(y)\mathbf{i}_x + H_y(y)\mathbf{i}_y + H_z(y)\mathbf{i}_z$  とすると、 $\tilde{\mathbf{E}}$  および  $\tilde{\mathbf{H}}$  は、 $\mathbf{E}(y)$ 、 $\mathbf{H}(y)$ 、 $\beta$  を用いてどのように記述できるかを答えなさい。
- (2) この対称三層誘電体導波路を伝搬する平面波は、入射面 ( $yz$  面) に垂直な電界成分  $E_x(y)$  をもつ平面波と、入射面に垂直な磁界成分  $H_x(y)$  をもつ平面波の組とに分けられることを示しなさい。ただし、マクスウェル方程式は  $\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_0\tilde{\mathbf{H}}$ 、 $\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = j\omega\epsilon_0 n^2 \tilde{\mathbf{E}}$  で与えられる。ここで、コアでは  $n=n_1$ 、基板とクラッドでは  $n=n_2$  である。
- (3) 入射面 ( $yz$  面) に垂直な電界成分  $E_x(y)$  をもつ平面波において、 $E_x(y)$  が  $z$  軸に対して対称な分布である場合、コア内 ( $-a \leq y \leq a$ ) における  $E_x(y)$  の一般解を答えなさい。
- (4) 入射面 ( $yz$  面) に垂直な電界成分  $E_x(y)$  をもつ平面波において、 $E_x(y)$  が  $z$  軸に対して対称な分布である場合、クラッド内 ( $y \geq a$ ) における  $E_x(y)$  の一般解を答えなさい。