

北海道大学大学院情報科学院
情報科学専攻生体情報工学コース入学試験

2022年8月18日 10:00～12:00

専門科目 1

受験上の注意

- ・ 「解答始め」の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- ・ 受験中、机の上には、受験票、鉛筆(黒)、シャープペンシル(黒)、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、時計(計時機能のみのも)以外の所持品は置くことができない。ただし、監督者が別に指示した場合は、この限りではない。
- ・ 携帯電話等の電子機器類は、必ずアラームの設定を解除し電源を切っておくこと。
- ・ 問題冊子1冊(この冊子)、答案用紙2枚、草案紙2枚、選択問題チェック票1枚の配布を確認すること。問題冊子と草案紙は回収しない。
- ・ 問題㊦～㊨のうち2問を選択し、答案用紙に問題番号と受験番号を記入の上、解答すること。選択問題チェック票にも、受験番号と問題番号を記入して提出すること。
- ・ 2ページにわたる問題もあるので、注意すること。
- ・ 答案用紙の裏面を使用する場合は、表面右下に「裏面に続く」と明記すること。
- ・ 導出過程も略さず記すこと。

1

線形代数・ベクトル解析

1. xy 平面上の二次曲線 C について、以下の設問に答えよ.

$$C: 3x^2 + 2xy + 3y^2 = 1$$

(1) 対称行列を用いて、二次曲線 C (上式) の左辺を表記せよ.

(2) いま、 xy 平面上の二次曲線 C を XY 平面上の標準形に変換した. ここで、 XY 平面は xy 平面の座標軸を原点を中心にして回転した座標平面である. このとき、 C の標準形を 2 つ求めよ. また、このときの xy 平面から XY 平面の一次変換をそれぞれ求めよ.

2. 行列の全ての成分が実数である対称行列 (実対称行列) を考える. 実対称行列の固有値は実数になることを証明せよ.

3. xyz 空間の位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)$ を考える. 位置ベクトルの大きさを $r = |\mathbf{r}|$ とする. 以下の設問に答えよ.

(1) $r \neq 0$ のとき、次の関係式が成り立つことを示せ. ここで、左辺は、 \mathbf{r}/r^3 の発散を意味する.

$$\operatorname{div} \frac{\mathbf{r}}{r^3} = 0$$

(2) xyz 空間内の閉曲面 S について、次の面積分を考える.

$$\iint_S \frac{\mathbf{r}}{r^3} \cdot \mathbf{n} dS$$

ここで、 \mathbf{n} は閉曲面 S の微小面素 dS の外向きの単位法線ベクトルである. 記号 \cdot は内積を示す. また、 xyz 空間の原点 O は、閉曲面 S 上に存在しないものとする. 下記の 2 つの場合について上式的面積分を計算せよ.

(場合 I) 原点 O が閉曲面 S の外側にある.

(場合 II) 原点 O が閉曲面 S の内側にある.

2 微分方程式

1. 次の1階常微分方程式について、以下の設問に答えよ.

$$(2 \sin y + 5x^3)dx + x \cos y dy = 0 \quad (\text{a})$$

(1) この微分方程式[式(a)]は、ある関数 $f(x, y)$ をその両辺に掛けることで、完全微分方程式になる. この関数 $f(x, y)$ を求めよ.

(2) この微分方程式[式(a)]の一般解を求めよ.

2. 次の2階常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 52 \cos 2x - 4xe^x$$

3. ラプラス変換に関する以下の設問に答えよ.

(1) $e^{i\omega t}$ のラプラス変換を求めよ. ここで、 i は虚数単位、 ω は実定数とする.

(2) 下記の単位階段関数 $u_a(t)$ と関数 $f(t-a)$ の積のラプラス変換を求めよ. ここで、 a は実定数とする. ただし、 $f(t)$ はラプラス変換 $F(s)$ が存在する関数とし、 s は複素数とする.

$$u_a(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < a) \\ 1 & (t \geq a) \end{cases}$$

(3) ラプラス変換を利用して、次の2階常微分方程式を解け.

$$y''(t) + 4y(t) = r(t) \quad (t \geq 0)$$

$$r(t) = \begin{cases} 6 \sin t & (0 \leq t < 2\pi) \\ 0 & (t \geq 2\pi) \end{cases}$$

ここで、 $y'(t) = dy(t)/dt$ 、 $y''(t) = d^2y(t)/dt^2$ である. ただし、初期条件 $y(0) = 0$ 、 $y'(0) = 0$ を満たすとする.

1. 無記憶 2 元情報源 S では、情報源記号 0 と 1 が各々確率 0.75 と 0.25 で出力される。 S の 2 次拡大情報源 S^2 と 3 次拡大情報源 S^3 を考える。このとき、 S 、 S^2 、 および、 S^3 の 1 次エントロピーを各々 $H(S)$ 、 $H(S^2)$ 、 および、 $H(S^3)$ と表す。また、ハフマン符号における S^2 と S^3 上の 1 記号当たりの平均符号長を各々 L_2 と L_3 と表す。以下の設問では、ある情報源に対して複数のハフマン木を構成する場合、その何れか一つを答えればよい。生起確率は分数で答えよ。また、 $\log_2 3 = 1.585$ とし、設問(5)および(6)では、小数第 3 位を四捨五入し、小数第 2 位までを答えよ。

- (1) S^2 の情報源記号とその生起確率を全て答えよ。
- (2) S^2 のハフマン木を図示せよ。図には、ハフマン符号、情報源記号、および、生起確率を記入せよ。
- (3) S^3 の情報源記号とその生起確率を全て答えよ。
- (4) S^3 のハフマン木を図示せよ。図には、ハフマン符号、情報源記号、および、生起確率を記入せよ。
- (5) L_2 と L_3 を各々求めよ。
- (6) $H(S)$ 、 $H(S^2)$ 、 および、 $H(S^3)$ を各々求めよ。

(裏面に続く)

2. 無記憶2元通信路 S において, 0と1を要素とする7次元の行ベクトルを符号語 $\mathbf{w} = (w_6, w_5, w_4, w_3, w_2, w_1, w_0)$ として送信する場合を考える. S において, 受信語 $\mathbf{y} = (y_6, y_5, y_4, y_3, y_2, y_1, y_0)$ を受け取った場合の誤り (0もしくは1の反転) は1箇所以下であるものとする. また, 情報ビット, 検査ビット, および, シンドロームを各々 $\mathbf{x} = (w_6, w_5, w_4, w_3)$, $\mathbf{c} = (w_2, w_1, w_0)$, および, $\mathbf{s} = (s_2, s_1, s_0)$ で表す. 3行7列のパリティ検査行列を \mathbf{H} で表す.

符号語 \mathbf{w} の符号多項式 $W(x)$ を

$$W(x) = w_6 x^6 + w_5 x^5 + w_4 x^4 + w_3 x^3 + w_2 x^2 + w_1 x + w_0$$

と定義する. 多項式の演算において, 演算子 $+$ は各係数の排他的論理和である. また, 等号 $=$ は, 各係数を2で割った余りが等しいことを表す. 多項式 $G(x) = x^3 + x + 1$ は周期7の原始多項式である. $G(x)$ を生成多項式とする符号長7の巡回符号は巡回ハミング符号となる. 以下の設問に答えよ.

- (1) x^6, x^5, x^4 , および, x^3 を $G(x)$ で割った剰余多項式を各々求めよ.
- (2) $W(x)$ を $G(x)$ で割った剰余多項式を求めよ.
- (3) 巡回ハミング符号のパリティ検査方程式を答えよ.
- (4) \mathbf{H} を答えよ.
- (5) $\mathbf{y} = (1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$ を受信したとき, \mathbf{s} を求めよ. また, 送信された情報ビット \mathbf{x} を求めよ.

4 基礎化学

1. 以下の設問に答えよ.

- (1) 水素原子の電子が $E = -0.850 \text{ eV}$ の軌道から $E = -3.40 \text{ eV}$ の軌道に遷移した. この遷移は光を吸収することによって生じるのか, 光を放出することによって生じるのか, その理由も含めて答えよ. また, そのときの光の波長を有効数字 3 桁で計算せよ.
ただし, プランク定数 $h = 7.00 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, 光速 $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ を用い, $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$ とする.
- (2) 座標 x に対する電子の波動関数を $\psi(x)$ としたとき, 電子の確率密度を表す式を記せ.

2. 基底状態のホウ素原子 B の電子配置は, $(1s)^2(2s)^2(2p)^1$ である. また, 基底状態のホウ素分子 B_2 の電子配置は, $(1s-\sigma)^2(1s-\sigma^*)^2(2s-\sigma)^2(2s-\sigma^*)^2(2p_x-\pi)^1(2p_y-\pi)^1$ と表記できる. 以下の設問に答えよ.

- (1) 基底状態の酸素原子 O の電子配置を記せ.
- (2) 基底状態の酸素分子 O_2 の電子配置を記せ.
- (3) 酸素分子 O_2 は常磁性である. その理由を 100 字以内で説明せよ.
- (4) 窒素分子 N_2 の結合次数を求めよ.

3. 摩擦のないピストンの中に理想気体 2.00 mol が入っており, その圧力は大気圧と平衡状態にある. この気体を準静的等温過程で $1.00 \times 10^6 \text{ Pa}$ に加圧したときのエントロピー変化 (ΔS) を有効数字 3 桁で求めよ.

ただし, 気体定数 R を $8.314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$, 大気圧を $1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$ とする. また, 必要であれば, $\ln 10 = 2.302$, $\ln 0.1 = -2.302$ を用いて計算せよ.

4. 化学反応速度に関する以下の設問に答えよ.

ただし, 気体定数 R を $8.314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ とし, 必要であれば, $\ln 0.2 = -1.609$, $\ln 0.4 = -0.916$, $\ln 0.6 = -0.511$, $\ln 0.8 = -0.223$, $\ln 2.0 = 0.693$ を用いて有効数字 3 桁で答えよ.

- (1) ある反応の速度定数は, 温度が $20 \text{ }^\circ\text{C}$ から $30 \text{ }^\circ\text{C}$ に変化するとき 2 倍になる.
 - i) この反応の活性化エネルギーを求めよ.
 - ii) この反応の温度を $20 \text{ }^\circ\text{C}$ からある温度に変化させると, 速度定数が 256 倍になった. ある温度とは何度か, 絶対温度で答えよ.
- (2) 物質 A の分解反応は 1 次反応である. 物質 A が 20% 分解するのに 100 秒の時間がかかった. 60% 分解するのに要する時間を求めよ.

5. 次の化合物の構造式を記せ.

- (1) 1-クロロ-5-ヒドロキシ-3-ヘキサノン
- (2) シクロヘキサノール
- (3) 2-ヘキセン酸
- (4) 1-クロロ-2-フルオロメチルベンゼン
- (5) 1-ブタンアミン

5

細胞生物学

1. 真核細胞において、ある種の薬剤は細胞周期や細胞情報伝達の特定段階を阻害できる。次に挙げる薬剤とその働きについて、阻害される細胞周期の時期をあげ、細胞周期の進行を妨げる機構を簡潔に説明しなさい。
 - (1) サイトカラシン, アクチン機能阻害
 - (2) ビンブラスチン, 微小管重合阻害
 - (3) カルボプラチン, DNA への結合
 - (4) ゲフィチニブ, 上皮成長因子受容体 (EGFR) 結合

2. 正常な繊維芽細胞を単層培養すると細胞密度が飽和に達した時点で増殖が停止するが、この細胞ががん化した場合は停止せずに増殖し続ける。細胞情報伝達および細胞周期の観点から、この理由を説明しなさい。

3. ニューロンは電気信号として情報を伝達するが、ニューロンの末端から次の細胞への接合部であるシナプスでは、神経伝達物質が信号を伝える。これについて以下の設問に答えなさい。
 - (1) 軸索における電気信号伝達の仕組みについて、次の語を全て用いて簡潔に説明しなさい： 静止電位, 活動電位, 脱分極, ナトリウムポンプ, ナトリウムチャンネル, カリウム漏洩チャンネル
 - (2) シナプス後細胞は、神経伝達物質の情報をどのようにして電気信号に変換するか説明しなさい。
 - (3) クラーレは神経筋接合部に作用し、筋弛緩薬として用いられる。この作用機構を簡潔に説明しなさい。