

北海道大学大学院情報科学学院
情報科学専攻生体情報工学コース入学試験

2022年8月18日 13:00～15:00

専門科目 2

受験上の注意

- ・ 「解答始め」の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- ・ 受験中、机上には、受験票、鉛筆(黒)、シャープペンシル(黒)、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、時計(計時機能のみのもの)以外の所持品は置くことができない。ただし、監督者が別に指示した場合は、この限りではない。
- ・ 携帯電話等の電子機器類は、必ずアラームの設定を解除し電源を切っておくこと。
- ・ 問題冊子1冊(この冊子)、答案用紙2枚、草案紙2枚、選択問題チェック票1枚の配布を確認すること。問題冊子と草案紙は回収しない。
- ・ 問題□～○のうち2問を選択し、答案用紙に問題番号と受験番号を記入の上、解答すること。選択問題チェック票にも、受験番号と問題番号を記入して提出すること。
- ・ 2ページにわたる問題もあるので、注意すること。
- ・ 答案用紙の裏面を使用する場合は、表面右下に「裏面に続く」と明記すること。
- ・ 導出過程も略さず記すこと。

1. 図1のように糸の一端を天井に固定し、円板の滑車1（動滑車、半径 a_1 、質量 M_1 ）と滑車2（定滑車、半径 a_2 、質量 M_2 ）を介して糸の逆側の一端におもり（質量 m ）を吊るした。滑車1は図1に示す方向に角速度 ω_1 （角加速度 $\dot{\omega}_1$ ）で回転し、鉛直上向きに加速度 α で上昇した。滑車2は図1に示す方向に角速度 ω_2 （角加速度 $\dot{\omega}_2$ ）で回転し、おもりは鉛直下向きに加速度 β で下降した。滑車及びおもりの重心の運動については、鉛直方向にのみ動くと考えてよい。滑車1は、滑車2や天井とは衝突しないものとする。滑車は一様な材質で十分に薄い円板と考えてよい。滑車は滑らかにまわり、糸はすべらず、たるまないものとする。図1に示す各所の張力を T_1 、 T_2 、 T_3 とし、重力加速度を g とする。空気抵抗や糸の質量は無視できるとして、以下の設問に答えよ。

- (1) 滑車1及び滑車2の回転軸周りの慣性モーメント I_1 及び I_2 を求めよ。
- (2) 滑車1及びおもりの重心の運動を記述する運動方程式を立てよ。
また、滑車1及び滑車2の回転運動を記述する運動方程式を立てよ。
- (3) 滑車1及び滑車2の構成と、糸がすべらずに滑車が回るという点に注意して、 α と ω_1 が満たすべき関係式、 β と ω_2 が満たすべき関係式、 α と β が満たすべき関係式をそれぞれ示せ。
- (4) 張力 T_1 、 T_2 、 T_3 、滑車1の上昇加速度 α 、おもりの下降加速度 β を、 M_1 、 M_2 、 m 、 g を用いて表せ。

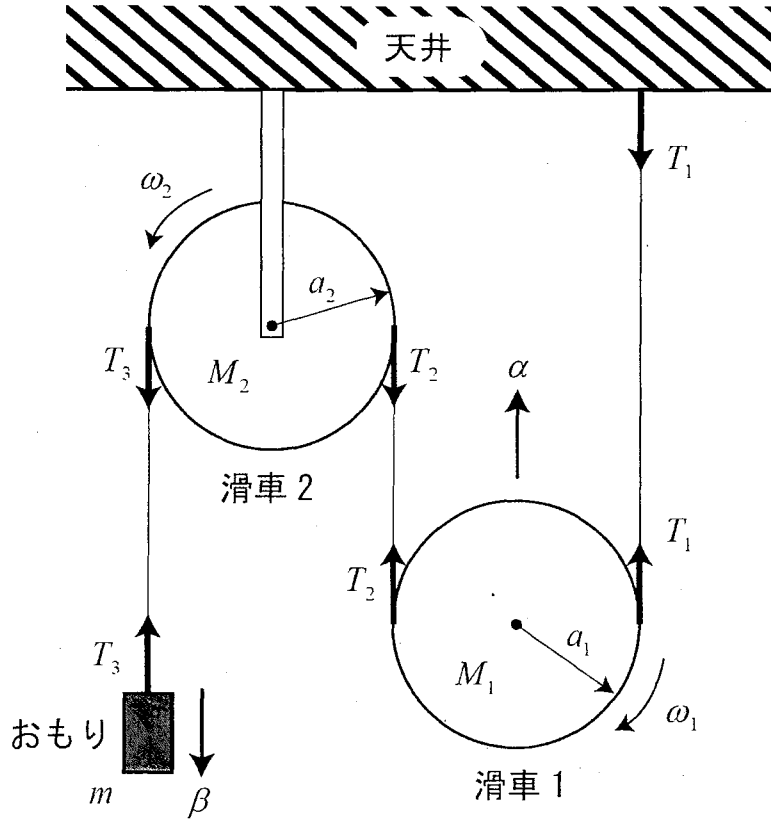


図1

(裏面に続く)

2. 図2のように、 xy 平面内において、惑星P（質量 m ）が太陽O（質量 M ）を焦点とする楕円軌道を描いている。質量 M は質量 m と比べて十分に大きく、Oは不動と考えてよい。万有引力定数（ニュートンの重力定数）を G とし、PとOとの間には万有引力のみ作用するものとして、以下の設問に答えよ。

(1) 時刻 t における惑星Pの重心の位置を、太陽Oの重心を原点とする極座標を用いて $(r(t), \theta(t))$ と表す。惑星Pの速度ベクトル $\mathbf{v}(t)$ の動径方向の成分を v_r 、接線方向の成分を v_θ とする。惑星Pの加速度ベクトル $\mathbf{a}(t)$ の動径方向の成分を a_r 、接線方向の成分を a_θ とする。このとき、速度ベクトル $\mathbf{v}(t)$ と加速度ベクトル $\mathbf{a}(t)$ が以下の式①、式②のように表されることを示せ。

$$\mathbf{v}(t) = [v_r, v_\theta] = \left[\frac{dr}{dt}, r \frac{d\theta}{dt} \right] \quad \dots \text{①}$$

$$\mathbf{a}(t) = [a_r, a_\theta] = \left[\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2, \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) \right] \quad \dots \text{②}$$

(2) 式①、式②を利用して、極座標 $(r(t), \theta(t))$ において惑星Pが満たすべき運動方程式を立てよ。

(3) 設問(2)で立てた運動方程式を用いて、以下の式③が成立することを示せ。

$$r^2 \frac{d^2r}{dt^2} - \frac{K^2}{r} = -GM \quad \dots \text{③}$$

ここで、 K は定数である。

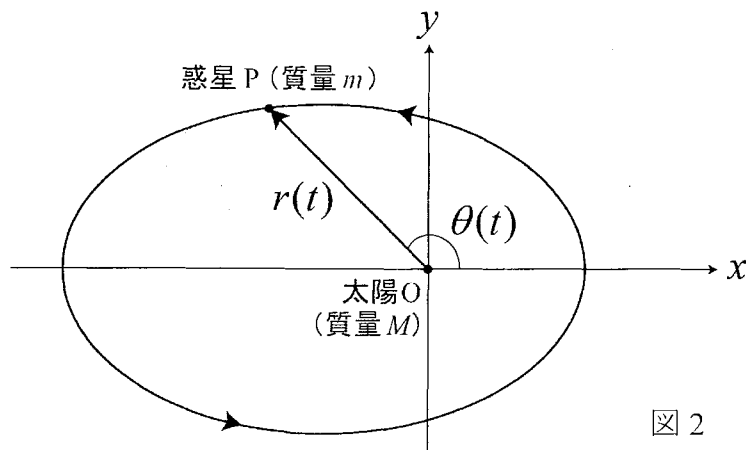
(4) r を θ の関数、 θ を t の関数とみると、 r は θ を介して t の関数 $r(\theta(t))$ とみることができる。この点に注意して合成関数の微分法を用いることにより、以下の式④が成立することを示せ。

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} = \frac{GM}{K^2} \quad \dots \text{④}$$

(5) 式④において $u=1/r$ と変数変換した上で微分方程式を解き、惑星Pが描く楕円軌道が以下の式⑤を満たすことを示せ。

$$r = \frac{k}{1 + \varepsilon \cos(\theta - \theta_0)} \quad \dots \text{⑤}$$

ここで、 k と ε は定数であり、 θ_0 は初期位相（初期角度）とする。



1. 真空中（誘電率 ϵ_0 ）に，半径 a の誘電体球（誘電率 ϵ_1 ）が置かれている．誘電体には，電荷が一様に分布しており，電荷密度を ρ とする．以下の設問に国際単位系（SI）で解答せよ．

- (1) 誘電体球の総電気量を求めよ．
- (2) 誘電体球の中心から距離 r の点における電界の大きさを求めよ．ただし， $0 \leq r < a$ ， $a \leq r$ の場合に分けて示せ．
- (3) 誘電体球の中心から距離 r の点における電位を求めよ．ただし，無限遠の電位をゼロとして， $0 \leq r < a$ ， $a \leq r$ の場合に分けて示せ．
- (4) 無限遠から，新たに变形できる誘電体（電荷密度 ρ ，誘電率 ϵ_1 ）を静かに移動させて誘電体球に付け加え，図1の断面図に示すように，その半径を a から微小量 Δa 増加させた．この時に必要な仕事 ΔU を求めよ．ただし，合体後の ρ ， ϵ_1 は合体前から変化せず，新たに付け加える誘電体の变形による仕事は無視する．なお，元の誘電体球は静止したまま变形せず， Δa の2次以上の項は無視して良い．
- (5) 設問(4)の結果から，半径 a の誘電体球が持つ静電エネルギーを求めよ．

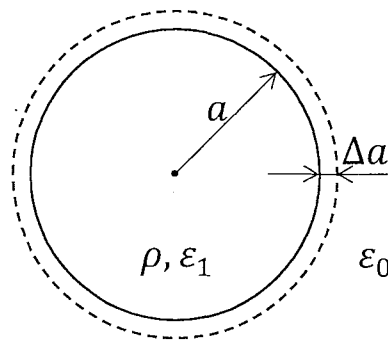


図1

(裏面に続く)

2. 図 2 に示すように、同軸の 2 枚の導体円板 A, B (半径 a , 間隔 d) を極板とした平行平板コンデンサが、真空中 (誘電率 ϵ_0) に置かれている。中心軸上につながれた無限に長い導線を通じて、極板 A, B 間には電位差 $V_{AB} = V_0 \sin \omega t$ (V_{AB} は極板 A を基準としたときの極板 B の電位, V_0 は振幅, ω は角周波数, t は時刻) が与えられている。極板 A, B の中心軸上の中点を C とし、中心軸に垂直で C を含む平面上に、C から距離 r の点 D を考える。以下の設問に国際単位系 (SI) で解答せよ。ただし、コンデンサの端の効果は無視する。また、ベクトル i_z, i_ρ, i_ϕ は、点 D における上記中心軸を軸とした円柱座標系の、中心軸方向, 径方向, 周方向の単位ベクトル (図中の向きを正とする) であり、ベクトル量を表す場合にはこれらを用いて解答すること。

- (1) 点 D (ただし, $0 \leq r < a$) における電束密度をベクトル量として求めよ。
- (2) 点 D (ただし, $0 \leq r < a$) における変位電流の電流密度をベクトル量として求めよ。
- (3) 変位電流による、点 D における磁界をベクトル量として求めよ。ただし, $0 \leq r < a, a \leq r$ に分けて解答すること。
- (4) 導線に流れる電流 $I(t)$ を求めよ。なお、電流は導体円板 B に流入する方向を正とする。

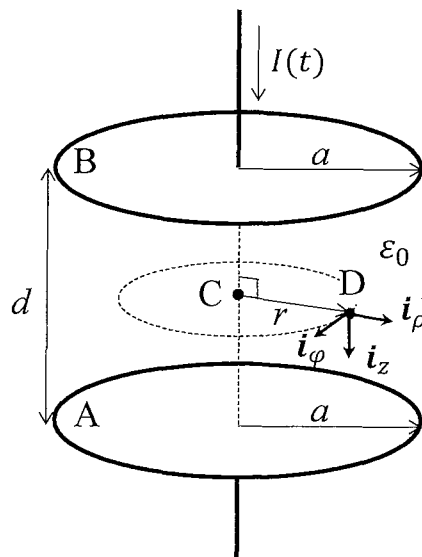


図 2

3 電気・電子回路

1. 図1に示す回路について、以下の設問に答えよ。ただし、各網目の網目電流を I_1 , I_2 , 交流電圧源の電圧（実効値）を E , 角周波数を ω とする。なお、解答には、抵抗値 R , R_L , キャパシタの電気容量 C , インダクタのインダクタンス L と、 ω , E , I_1 , I_2 , および虚数単位 j から必要なものを用いること。
- (1) 各網目について、キルヒホフの電圧平衡則を用いて網目電流 I_1 , I_2 に関する方程式をたて、行列の形で表せ。
 - (2) 設問(1)で得られた行列の逆行列を計算し、 I_2 を求めよ。
 - (3) I_2 は ω に依存する。 I_2 が最大値 I_{\max} となる角周波数 ω_0 , および I_{\max} を求めよ。
 - (4) 交流電源の角周波数が設問(3)で求めた ω_0 であるとき、抵抗 R_L で消費される電力が最大となる R_L の値を求めよ。

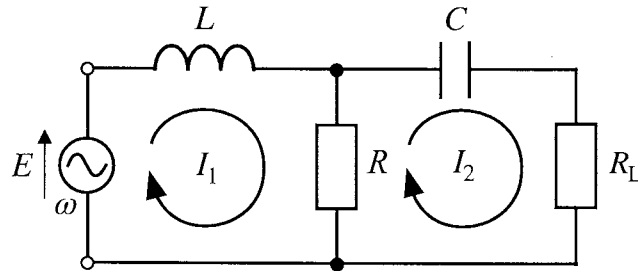


図1

2. 図2(a)に示すように直流電圧 V_{CC} が印加されているエミッタ接地バイポーラトランジスタ増幅回路に、入力信号として電圧（実効値） v_{in} , 角周波数 ω の交流電圧源が接続されている。トランジスタのT型交流小信号等価回路が図2(b)で与えられるとき、以下の設問に答えよ。ただし、 i_b はベース電流, i_c はコレクタ電流, i_e はエミッタ電流, $\beta = i_c/i_b$ はトランジスタの電流増幅率を表わす。また、キャパシタ C_1 , C_2 , C_3 のインピーダンスは、角周波数 ω において0と見なせるものとする。なお、設問(2)~(3)の解答には、抵抗値 R_1 , R_2 , R_L , R_E , r_b , r_e , ならびに β から必要なものを用いること。
- (1) 図2(b)の等価回路を用いて、図2(a)の増幅回路全体の交流小信号等価回路を示せ。なお、解答には、入力電圧 v_{in} と出力電圧 v_{out} を明記せよ。
 - (2) 設問(1)で求めた等価回路の電圧増幅率 $A_v = v_{out}/v_{in}$ を求めよ。
 - (3) 設問(1)で求めた等価回路の入力インピーダンス $Z_{in} = v_{in}/i_{in}$ を求めよ。ただし、 $\beta \gg 1$, $(1 + \beta)r_e \gg r_b$ として近似せよ。なお、 i_{in} は入力電流である。
 - (4) 図2(a)において、点線で囲った回路の機能を100字以内で述べよ。

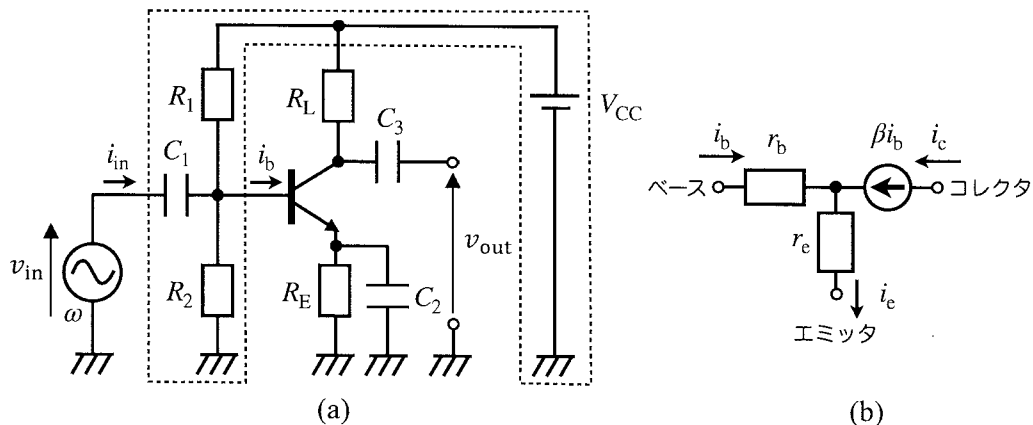


図2

4 生化学

1. アミノ酸に関する以下の設問に答えよ.

- (1) タンパク質の生合成に用いられる 20 種類のアミノ酸のうち, ① α -アミノ基が第二級アミンであるアミノ酸, ②分岐鎖アミノ酸, ③フェノール基を持つアミノ酸, ④鏡像異性体(光学異性体)が存在しないアミノ酸, をそれぞれ 1 つあげよ.
- (2) メチオニン, リシン, アスパラギン酸の 3 つのアミノ酸を等電点が低いものから順(昇順)に並べよ. また, そのような順になると考える根拠を 120 字以内で説明せよ.
- (3) 糖原生アミノ酸およびケト原生アミノ酸とはどのようなアミノ酸か. それぞれ 80 字以内で説明せよ. また, 糖原生かつケト原生である必須アミノ酸を 1 つあげよ.
- (4) 余剰のアミノ酸は, アミノ転移と酸化的脱アミノ化により分解され, α -アミノ基由来の窒素の多くは最終的に尿素として尿中に排泄される. ほぼ全てのアミノトランスフェラーゼがそのアミノ転移反応に必要とする補因子の名称を答えよ.
- (5) アミノ酸異化における酸化的脱アミノ化とはどのような反応か. その酵素反応式を, 必要な補因子も含めて答えよ.

2. 酵素反応に関する以下の設問に答えよ.

- (1) 酵素命名法において, ①ホスホリラーゼ(phosphorylase)とキナーゼ(kinase)の触媒する反応の違い, ②オキシダーゼ(oxidase)とオキシゲナーゼ(oxygenase)の触媒する反応の違いをそれぞれ 100 字以内で説明せよ.
- (2) 一定の温度と圧力における酵素反応の自由エネルギー変化 ΔG を, 標準自由エネルギー変化 ΔG° , ある時点における反応物Sの濃度[S]および生成物Pの濃度[P], 気体定数 R , 絶対温度 T , 自然対数 \ln を用いて表せ. また, 吸エルゴン反応とはどのような反応か. ΔG の符号に言及し, 「自発的」の語を用いて 50 字以内で説明せよ.
- (3) 図 1 は初期状態Aから最終状態Bにいたる反応の自由エネルギー変化を模式的に表したものである. 図中の実線および破線は, この反応を触媒する酵素の存在下および非存在下のいずれかを表している. また, G_1 から G_4 は図中の各点線における自由エネルギーの値を示している. ①酵素存在下における正反応の活性化エネルギー, ②反応全体の自由エネルギー変化, をそれぞれ G_1 から G_4 を用いて表せ.

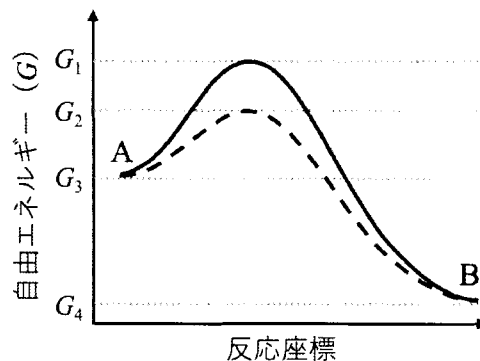


図 1

- (4) ホモトロピックエフェクターとはどのようなものか. 80 字以内で説明せよ.

1. ヒトの常染色体上に存在する遺伝子 A には、対立遺伝子 (アレル) A_1 と A_2 が存在しており、 A_2 は A_1 の一部領域が欠失したものである。遺伝子 A は表現形質 X を単一遺伝子支配しており、表現形質 X には X_1 と X_2 の形質の状態が存在している。図 1 はある家族の家系図を示しており、図 2 はこの家族の遺伝子 A について、その遺伝子領域をはさむプライマーを用いて PCR を行い、増幅された DNA をアガロースゲル電気泳動で分離した結果を示している。PCR は理想的に進んだものとする。このとき以下の設問に答えよ。

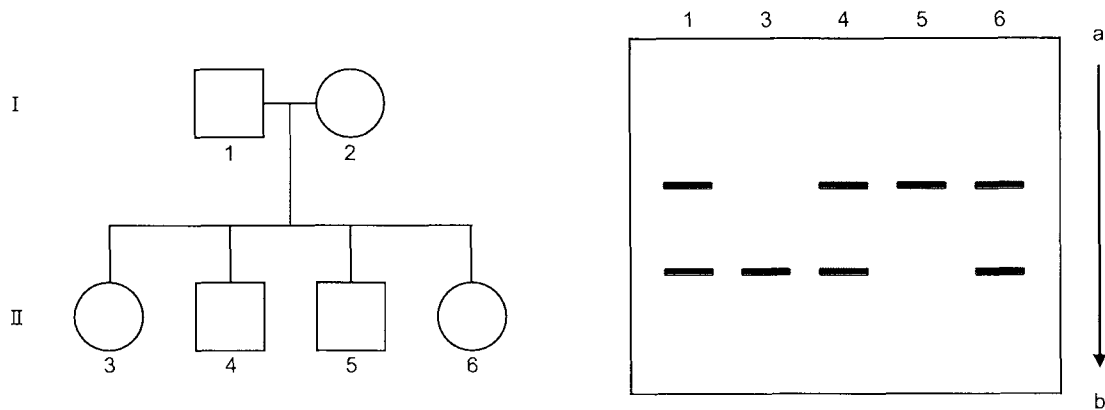


図1
アラビア数字は個体識別番号を、ローマ数字は世代を示す。また、丸は女性を、四角は男性を表す。

図2
数字は図1に対応した個体識別番号を、矢印はDNAの移動方向を示す。

- (1) アガロースゲル電気泳動における陽極は図 2 の a, b のどちら側か。根拠とともに答えよ。
- (2) 図 2 に示された個体のうち、ヘテロ接合の個体を全てあげよ。
- (3) 個体 3 の遺伝子型を答えよ。
- (4) 個体 2 の遺伝子型を推定せよ。そう考える理由も説明せよ。
- (5) 個体 3, 5, 6 の表現型 X がそれぞれ X_1 , X_2 , X_1 である場合、 X_2 の性質は何とよばれるか。
- (6) 個体 3 の形質の状態が X_1 、個体 5 は X_2 、個体 6 は X_1 かつ X_2 、である場合、この現象は何とよばれるか。実際にそのような現象を示す遺伝子の具体例を 1 つあげ、どのようにして 1 個体に 2 つの形質の状態が表れるのか 100 字程度で説明せよ。

(裏面に続く)

2. ヒトの常染色体上に存在するある遺伝子 P には、2つの対立遺伝子 P_1 と P_2 のみが存在しているとする。ヒト集団 X , Y , Z それぞれについて、ハーディー・ワインベルクの法則が成り立っているとき、以下の設問に答えよ。

- (1) 集団 X から 2000 人を選び遺伝子型を調べたところ、遺伝子型が P_1P_1 の個体は 1280 人、 P_1P_2 の個体は 640 人、 P_2P_2 の個体は 80 人であった。集団 X における P_1 および P_2 の対立遺伝子頻度を推定せよ。
- (2) 集団 Y における遺伝子 P のヘテロ接合体の頻度は、ハーディー・ワインベルクの法則が成り立つ集団がとりうる期待値の最大値であった。集団 Y におけるヘテロ接合体の頻度および P_1 の対立遺伝子頻度を求めよ。
- (3) ヒト集団 Z においては、 P_1 の対立遺伝子頻度が 0.2、 P_2 の対立遺伝子頻度が 0.8 であった。集団 X と集団 Z が 2:1 の割合で混合し、任意交配して生じる次世代の個体 3000 人の遺伝子型を調べたとき、各遺伝子型をもつ個体の人数を推定せよ。

3. DNA 複製、変異、修復に関する以下の設問に答えよ。

- (1) 原核細胞の DNA 複製のしくみを、以下の 9 つの語を全て用いて 400 字程度で説明せよ。

複製起点 鋳型 DNA ポリメラーゼ
ホスホジエステル結合 リーディング鎖 ラギング鎖
DNA リガーゼ 3'末端 RNA プライマー

- (2) 真核細胞の核 DNA における末端複製問題とは何か、また多くの真核生物において実際に用いられている問題回避方法はどのようなものか、合わせて 200 字程度で説明せよ。
- (3) 複製直後の大腸菌二本鎖ゲノム DNA 中のある一箇所に A-C のミスマッチ塩基対が存在し、A が存在する方の一本鎖はメチル化修飾を受けていたが、C が存在する方の一本鎖はメチル化修飾を受けていなかった。このとき、どのように DNA 修復が行われうるか 150 字程度で説明せよ。