

北海道大学大学院情報科学学院
情報科学専攻生体情報工学コース入学試験

2023 年 8 月 24 日 13:00～15:00

専門科目 2

受験上の注意

- ・ 解答始めの合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- ・ 受験中、机の上には、受験票、鉛筆(黒)、シャープペンシル(黒)、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、時計(計時機能のみのもの)以外の所持品は置くことができない。ただし、監督者が別に指示した場合は、この限りではない。
- ・ 携帯電話等の電子機器類は、必ずアラームの設定を解除し電源を切っておくこと。
- ・ 問題冊子1冊(この冊子)、選択問題答案用紙2枚、選択問題草案紙2枚、選択問題チェック票1枚の配布を確認すること。問題冊子と草案紙は回収しない。
- ・ 問題Ⅲ～Ⅵのうち2問を選択し、答案用紙に問題番号と受験番号を記入の上、解答すること。選択問題チェック票にも、受験番号と問題番号を記入して提出すること。
- ・ 2ページにわたる問題もあるので、注意すること。
- ・ 答案用紙の裏面を使用する場合は、表面右下に「裏面に続く」と明記すること。
- ・ 導出過程も略さず記すこと。

1 微分方程式

1. 次の常微分方程式 (A)と(B)について、以下の設問に答えよ.

$$\frac{d^2 y_n}{dx^2} + y_n = \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(n\pi x) \quad (\text{A})$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = f(x) \quad (\text{B})$$

ここで、 n は自然数とし、 $f(x)$ は周期 2 の次の関数である.

$$f(x) = x \quad (-1 < x \leq 1)$$

- (1) 式(A)の同次方程式の基本解を求めよ.
- (2) 式(A)の特解を求めよ.
- (3) $f(x)$ をフーリエ級数で展開せよ.
- (4) 式(B)の一般解を求めよ.

2. 次の偏微分方程式について、以下の設問に答えよ.

$$\frac{\partial^2 u(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u(r, \theta)}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{C})$$

ただし、 $r > 0$ とする.

- (1) 式(C)に $u = R(r)T(\theta)$ を代入して、式(D)が成立することを示せ. ただし、 $R(r)$ は r のみの関数であり、 $T(\theta)$ は θ のみの関数である.

$$\frac{r^2}{R} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) = -\frac{1}{T} \frac{d^2 T}{d\theta^2} \quad (\text{D})$$

- (2) 式(D)が成立するためには、その両辺が、変数 r, θ と無関係な定数でなければならない. その定数が λ^2 (実数 $\lambda > 0$) のとき、 $R(r)$ と $T(\theta)$ の一般解を各々求めよ. R に関する微分方程式には、変数変換 $r = e^t$ を用いるとよい.

1. 図 1 に示すように、真空中に置かれた、極板面積 S 、極板間隔 d の平行板コンデンサの極板間に、厚さ t ($t < d$)、誘電率 ϵ の誘電体板が、極板に平行に挿入されている。ただし、誘電体板は、極板に接していないものとする。誘電体板の平面の大きさと形は極板と同じであり、面内位置と面内回転は極板に揃えられている。コンデンサの極板間には、起電力 V の直流電源が接続されており、極板には面密度 σ の電荷が蓄えられている。以下の設問に答えよ。ただし、コンデンサの端の効果は無視し、真空の誘電率を ϵ_0 として ($\epsilon_0 < \epsilon$)、国際単位系 (SI) で解答すること。なお、以下の設問の解答は誘電体板の図 1 の上下方向の位置に依らない。

- (1) コンデンサの極板に蓄えられている電荷の面密度 σ を求めよ。ただし、コンデンサの極板間の電束密度と電位差との関係を用いて導出すること。

以下の設問では、最終解答は σ を用いずに表すこと。

- (2) このコンデンサの静電容量 C と静電エネルギー U を求めよ。
 (3) 誘電体板には、誘電体板を膨張させる方向に力が働く。この力の大きさ F を求めよ。
 (4) 誘電体板の表面に現れた分極電荷の面密度 σ_p を求めよ。

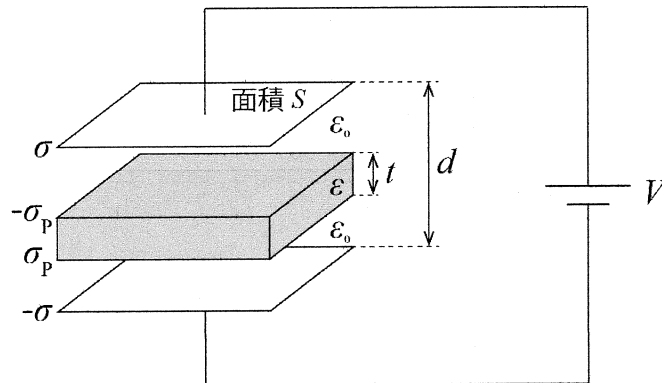


図 1

(裏面に続く)

2. 図 2 に示すように、長方形の断面を持つ、内半径 R_1 、外半径 R_2 、高さ h の環状鉄心（透磁率 μ ）に、総巻数 N の導線を一樣に巻いたインダクタへ、電流 I を流した。以下の設問に答えよ。ただし、漏れ磁束は無視し、国際単位系（SI）で解答すること。

- (1) 環状鉄心の中心軸からの距離 r ($R_1 < r < R_2$) の位置での鉄心内の磁束密度の大きさ $B(r)$ を求めよ。
- (2) 幅 $R_2 - R_1$ 、高さ h の環状鉄心の長方形の断面を貫く磁束 ϕ_m を求めよ。
- (3) このインダクタの自己インダクタンス L を求めよ。
- (4) 環状鉄心の中心軸からの距離 r ($R_1 < r < R_2$) の位置での鉄心内の磁気エネルギー密度 $u_m(r)$ を求めよ。また、 $u_m(r)$ を環状鉄心全体にわたり体積積分することにより、このインダクタに蓄えられた磁気エネルギー U_m を求めよ。

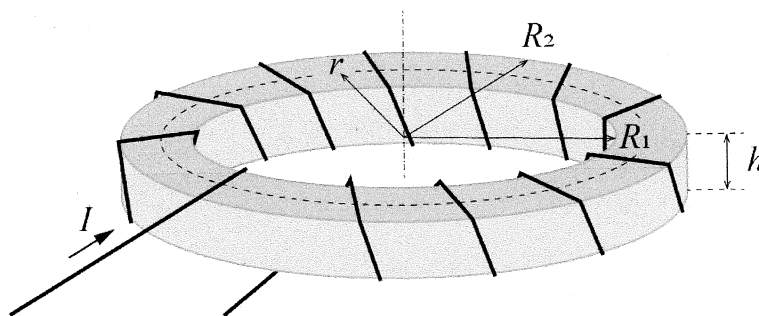


図 2

1. ミトコンドリアの電子伝達鎖に関する以下の説明文を読み、設問に答えよ。

ミトコンドリアには(①)と(②)があり、(③)により隔てられている。(②)には特殊なチャネルである(④)が存在し、多くのイオンや小分子が透過可能である。一方、(①)は高度に入り組んだ(⑤)構造をとることで表面積を増やしている。電子伝達鎖はミトコンドリアの(①)に存在し、燃料分子由来の電子を最終的に(⑥)へ伝達して還元する過程で、プロトン(H^+)をミトコンドリアの(⑦)から(③)へ汲み出し、 H^+ 勾配を形成する。(①)にはタンパク質複合体I, II, III, IVが存在する。複合体Iは鉄-硫黄中心を持つ(⑧)であり、NADH由来の電子が酸化型(⑨)に渡される。複合体IIは(⑩)であり、(⑪)を生成する過程で電子が酸化型(⑨)に伝達される。複合体IIIは鉄原子を含む(⑫)基を持ち、還元型(⑨)から電子を受け取って複合体IVへと伝達する。複合体IVは(⑬)とも呼ばれ、(⑥)に直接電子を渡せる唯一の複合体である。複合体Vは(①)を貫通し、(⑦)側に突出する(⑭)であり、 H^+ 勾配のエネルギーを利用してアデノシン三リン酸(ATP)を合成する。このような電子伝達鎖と共役したATPの合成過程を(⑮)と呼ぶ。

- (1) 空欄①から⑮に入る最も適切な語を、下記の語群から選び答えよ。ただし、番号が異なる空欄には異なる語が入るものとする。

<語群>

マトリックス、内膜、外膜、膜間腔、シトクロムcオキシダーゼ、酸素、NADH デヒドロゲナーゼ、ATP シンターゼ、酸化的リン酸化、フマル酸、コハク酸デヒドロゲナーゼ、補酵素Q(CoQ)、ポリン、ヘム、クリステ

- (2) タンパク質複合体IからIVのうち、 H^+ 勾配の形成に直接関与する複合体を全て答えよ。
- (3) タンパク質複合体IからVのうち、クエン酸回路(TCA回路)と共通する酵素である複合体を1つ答えよ。
- (4) ミトコンドリア内膜に存在する脱共役タンパク質(UCP)はどのような機能や役割を持つタンパク質か、簡潔に説明せよ。
- (5) ミトコンドリア内膜はNADH輸送体を持たないため、細胞質で産生されたNADH由来の電子をミトコンドリア内に輸送するシャトル機構が存在する。このようなシャトル機構の名称を2つあげよ。

(裏面に続く)

2. アロステリック阻害剤存在下における酵素反応が図1で表されるとする。ここで、E は遊離の酵素、S は遊離の基質、P は生成物、E-S は酵素・基質複合体、I は阻害剤、E-I は酵素・阻害剤複合体、E-S-I は酵素・基質・阻害剤複合体であり、それぞれの濃度は[]を用いて表す。また、 K_m はミカエリス定数、 K_i は阻害剤の解離定数（阻害定数）、 k は P の生成速度定数、 $V_{\max}$ は [S]が無尽大の時の酵素反応速度を表し、全酵素濃度 $[E_t] = [E] + [E-S] + [E-I] + [E-S-I]$ である。ただし、この酵素反応では $E-S \rightarrow E + P$ の反応が律速段階であり、ミカエリス定数 K_m における k の寄与は無視できるものとする。また、アロステリック阻害剤非存在下では、この酵素反応速度はミカエリス・メンテン式に従うものとする。

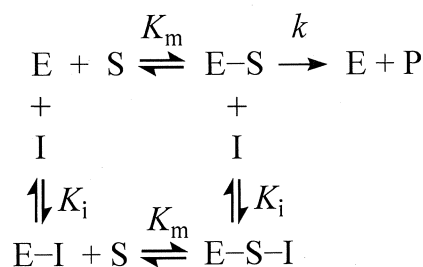


図 1

以下の設問に答えよ。

- (1) アロステリック阻害とはどのような酵素阻害様式か、簡潔に説明せよ。
- (2) 図 1 より、 $K_m[E-S] = [E][S]$ および $K_i[E-I] = [E][I]$ が成り立つ。 K_m を $[E_t]$, $[S]$, $[E-S]$, $[E-I]$, $[E-S-I]$ を用いて表せ。また、 K_i を $[E_t]$, $[I]$, $[E-S]$, $[E-I]$, $[E-S-I]$ を用いて表せ。
- (3) K_i を $[E-S]$, $[I]$, $[E-S-I]$ を用いて表せ。
- (4) 上記の設問(2)(3)の関係式から、 $[E-S]$ を $[E_t]$, $[S]$, $[I]$, K_m , K_i を用いて表せ。
- (5) この酵素反応速度を $[E_t]$, $[S]$, $[I]$, K_m , K_i , k を用いて表せ。
- (6) $[E_t] = 5.0 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $K_i = 20.0 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $k = 0.30 \text{ min}^{-1}$ である時、 $V_{\max} = 1.0 \mu\text{mol} \cdot (\text{L} \cdot \text{min})^{-1}$ となる阻害剤 I の濃度を求めよ。

1. 以下は、大腸菌の DNA 複製におけるラギング鎖の合成過程に関する説明文である。空欄 (①) から (⑨) に入る最も適切な語を、説明文の下に示されている語群から選択し、番号順で答えよ。

大腸菌における DNA 複製過程では、DNA (①) が 2 本鎖 DNA を 2 つの 1 本鎖に分離し、そのうちのラギング鎖合成の鋳型となる方は、複製フォークが進んでもしばらくの間 1 本鎖の状態にあり、(②) によって覆われる。

(③) が複製フォークの近傍から短い RNA (④) を合成する。その 3'-OH 末端から DNA (⑤) が DNA 複製を行い、岡崎フラグメントの 5'末端に到達すると DNA (⑥) に置き換わり、その (⑦) 活性により岡崎フラグメントの RNA (④) を分解しつつ DNA 合成を続ける。この RNA の分解と DNA の合成が同時に進みニックの位置が移動する過程をニック (⑧) と言う。RNA の分解が終わり DNA のみとなると、DNA (⑥) が外れ、DNA (⑨) がニックをつなぐ。

<語群>

プライマー、5'→3'エキソヌクレアーゼ、3'→5'エキソヌクレアーゼ、SSB タンパク質、ポリメラーゼ I、ポリメラーゼ II、ポリメラーゼ III、トランスクリプション、トランスレーション、プライマーゼ、RNA、リガーゼ、ヘリカーゼ

2. 遺伝子発現に関する以下の設問に答えよ。

- (1) 原核生物におけるリプレッサーの働きについて、プロモーターとオペレーターとの機能的関係について触れる形で簡潔に説明せよ。
- (2) 翻訳過程は、mRNA 上の連続する 3 塩基が特定のアミノ酸に対応するように進む。3 塩基配列とアミノ酸の対応を実現している分子機構を、以下の 6 語全てを用いて簡潔に説明せよ。各語の初出箇所に下線を引くこと。

tRNA、アンチコドン、CCA 末端、アミノ酸、
ゆらぎ(wobble)、アミノアシル tRNA 合成酵素

- (3) 真核生物における一般的翻訳開始過程について、以下の 5 語全てを用いて簡潔に説明せよ。各語の初出箇所に下線を引くこと。

キャップ、翻訳開始因子、コザックコンセンサス、
スキャン、リボソーム小サブユニット

(裏面に続く)

3. ある 2 倍体真核生物 A は、3 つの遺伝子座 L_i ($i=1, 2, 3$) を有する常染色体 C を持ち、その各遺伝子座には、優（顕）性対立遺伝子 G_i 、劣（潜）性対立遺伝子 g_i のいずれかが存在する。 L_1, L_2, L_3 に存在する対立遺伝子が互いに異なる純系 P1 と P2 の間の十分に多くの雑種第二代 (F_2) を調べた結果、それら 3 遺伝子座に関するハプロタイプ頻度は表 1 に示す値となった。この表に基づいて、以下の設問に理由も含めて答えよ。ただし、例えばハプロタイプの G_1g_2 とは、 G_1 と g_2 が同じ染色体 DNA 上に存在しているということを意味し、染色体上での位置関係は表さないものとする。また、乗換え頻度は染色体全体で一定かつ一様とする。

表1		
遺伝子座	ハプロタイプ	頻度
L_1, L_2	G_1G_2	0.20
	G_1g_2	0.30
	g_1G_2	0.30
	g_1g_2	0.20
L_1, L_3	G_1G_3	0.35
	G_1g_3	0.15
	g_1G_3	0.15
	g_1g_3	0.35
L_2, L_3	G_2G_3	0.23
	G_2g_3	0.27
	g_2G_3	0.27
	g_2g_3	0.23

- (1) L_1 の遺伝子型のみで決まる表現型について、 F_2 における劣性形質頻度を推定せよ。
- (2) P1 と P2 における 3 遺伝子座のハプロタイプを推定せよ。
- (3) 3 つの遺伝子座 L_1, L_2, L_3 の染色体上での順序を推定せよ。ただし、最初の遺伝子座番号(i の値)が最後の遺伝子座番号よりも小さくなるように示すこと。
- (4) 乗換え頻度が大きく上昇した場合、表 1 のハプロタイプ頻度はどのように変化すると考えられるかを理由とともに説明せよ。