

北海道大学  
大学院情報科学院情報科学専攻  
システム情報科学コース 入学試験  
修士課程

2024年8月27日(火) 10:00～12:00

# 専門科目 1

## 受験上の注意

- ・「解答始め」の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
- ・受験中、机上には、受験票、鉛筆（黒）、シャープペンシル（黒）、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、時計（計時機能のみのもの）以外の所持品は置くことができない。ただし、監督員が別に指示した場合は、この限りでない。
- ・携帯電話等の情報通信機器類は、必ずアラームの設定等を解除した上で電源を切っておくこと。
- ・問題冊子は本表紙を含め6枚ある（2枚目は白紙）。試験開始後、問題冊子を確認し、不備（ページ欠落、汚れ、印刷の不鮮明など）があれば試験監督員に申し出ること。試験終了後、問題冊子は回収しない。
- ・解答用紙の枚数は2枚である。出題された3問中から2問を選択して、問題ごとに解答用紙を分けて解答すること。
- ・解答用紙の裏面を使用してもよいが、その場合には解答用紙表面右下の「□裏面を使用」をチェックのこと。
- ・解答用紙に選択した問題の番号、受験番号の誤記、記入もれがないか、十分に確かめること。受験番号と選択した問題の番号を別紙の「選択問題チェック票」にも記入し、提出のこと。
- ・草案紙の枚数は2枚である。草案紙は回収しない。



## システム情報科学コース 専門科目 1

### 問 1 (応用数学 I) 以下の各設間に答えなさい。

1-1) 行列  $A$  は次の条件 J を満たす  $n$  次正方行列 ( $n \geq 2$ ) とする。次の各小問(a)～(c)に答えなさい。

条件 J: 行列を一行ずつ行ベクトルに分割したとき、行ベクトルの各要素の和が 1 である。  
すなわち、行ベクトルとベクトル  $e = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$  の内積が 1 である。

- (a)  $A$  の固有値の一つは 1 であることを示しなさい。
- (b)  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  が存在するとき、 $A^{-1}$  が条件 J を満たすことを示しなさい。
- (c)  $A$  の転置行列  $A^T$  の固有ベクトルの一つが  $[1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$  であるとき、 $A^T$  が条件 J を満たすことを示しなさい。

1-2) ベクトル場  $\mathbf{G}$  が以下のように与えられている。ただし、 $a$  は定数、 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  はそれぞれ  $+x$  方向、 $+y$  方向、 $+z$  方向の単位ベクトルとする。 $\mathbf{G}$  が非回転的 ( $\text{curl } \mathbf{G} = \nabla \times \mathbf{G} = \mathbf{0}$ ) であるとき、次の各小問(a)～(c)に答えなさい。

$$\mathbf{G}(x, y, z) = (2x + ay \cos z)\mathbf{i} + (x \cos z)\mathbf{j} + (-axy \sin z)\mathbf{k}$$

- (a) 定数  $a$  の値を求めなさい。
- (b)  $\mathbf{G} = \nabla \varphi$  を満たすスカラー関数  $\varphi$  を求めなさい。
- (c) 点  $(0, 0, 0)$  から点  $(1, 2, \pi)$  へ向かう任意の経路を  $C$  とするとき、次の線積分を求めなさい。  
ここで、 $d\mathbf{r}$  は線素ベクトルとする。

$$\int_C \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$$

### 問 1 終わり

## システム情報科学コース 専門科目 1

問 2 (応用数学Ⅱ) 以下の各設問に答えなさい。

2-1) 次の微分方程式 (a), (b) それぞれの一般解を求めなさい。

$$(a) x \tan \frac{y}{x} + y - x \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(b) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases}$$

2-2) 次の小問(a), (b)に答えなさい。

(a) 関数  $f(t)$  が、任意の  $t$  に対して  $f(t+p) = f(t)$ , ( $p$  は正の定数) を満たすとき、 $f(t)$  のラプラス変換  $F(s)$  が次式で与えられることを示しなさい。

$$F(s) = \frac{1}{1 - e^{-ps}} \int_0^p f(t) e^{-st} dt$$

(b)  $f(t) = |\sin t|$  のラプラス変換を求めなさい。

2-3) 関数  $g(t)$  が、任意の  $t$  に対して  $g(t+X) = g(t)$ , ( $X$  は正の定数) を満たすとき、 $g(t)$  のフーリエ級数展開を次式で表すこととする。

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{X}t\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{X}t\right) \right]$$

次の関数  $g(t)$  に対する  $a_0, a_n, b_n$  を求めなさい。

$$\begin{cases} g(t) = t^2 + t & (-1 \leq t < 1), \\ g(t+2) = g(t). \end{cases}$$

問 2 終わり

# システム情報科学コース 専門科目1

## 問3 (情報学基礎) 以下の各設間に答えなさい。

3-1) 以下の小問 (a) ~ (j) に答えなさい。

- (a) 順列  ${}_7P_4$  の数値を記しなさい
- (b) 復元抽出の重複組合せ  ${}_7H_4$  の数値を記しなさい。
- (c)  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{a, d, e\}$  のとき,  $|A \times B|$  を記しなさい。
- (d) 全体集合  $U = \{x|x \text{は } 10 \text{ 以下の自然数}\}$  とその部分集合に関して,  $A = \{x \in U|x \text{は奇数}\}$ ,  $B = \{3, 6, 9\}$  のとき,  $A \cap \overline{B}$  の外延的記述を記しなさい。
- (e) 10進数 137 を 8進数で表記しなさい。
- (f) 16進数  $1C7_{(16)}$  を 8進数で表記しなさい。
- (g)  $(3x - 4y)^5$  の  $x^3y^2$  の項の係数を求めなさい。
- (h) 6頂点の完全グラフ  $K_6$  の次数の総和を求めなさい。
- (i) 6頂点の木の構造は何種類あるか。その数を記しなさい。ただし、頂点の区別はしないものとする。
- (j) 集合  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  の上の関数  $f, g$  が  $f(x) = 5 - x$ ,  $g(x) = (x + 3) \bmod 6$  と与えられているとき,  $g^{-1} \circ f \circ g(2)$  を求めよ。ただし,  $A \bmod B$  は,  $A$  を  $B$  で割った余り（剰余）を表している。

3-2) 図 3-1 に示す論理回路について、以下の小問 (a) ~ (d) に答えなさい。

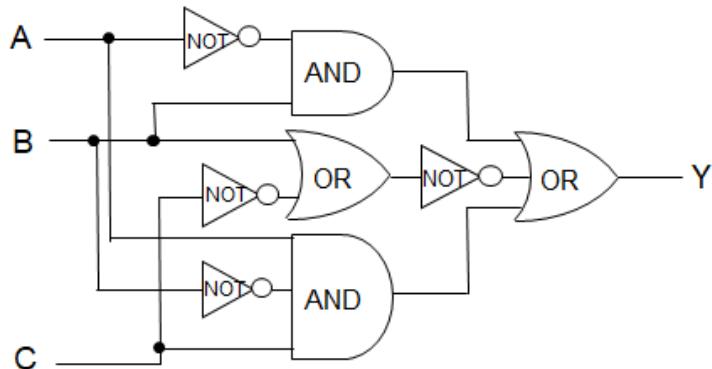


図 3-1 論理回路

- (a) 論理回路の入力 (A,B,C) が (0,0,0), (1,1,1), (1,0,1) の場合それぞれについて出力 Y の値を述べよ。
- (b) 論理回路と対応したブール表現を示しなさい。
- (c) (b) で示したブール表現を簡略化された基本積の和の形式で示しなさい。
- (d) (c) で簡略化されたブール表現を NAND ゲートのみ、もしくは NOR ゲートのみで構成した論理回路図を示しなさい。

次ページに続く

3-3) グラフに関する以下の小問 (a) ~ (c) に答えなさい.

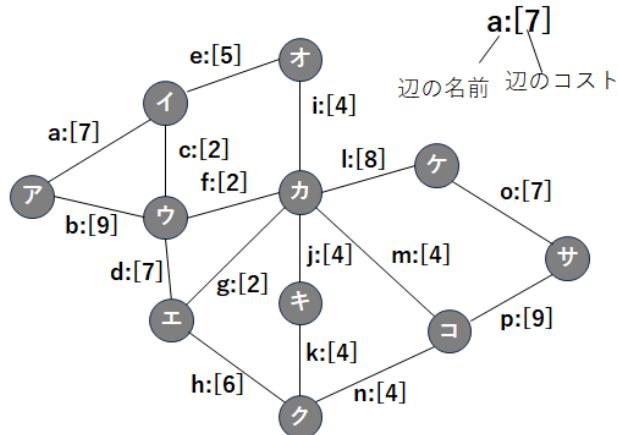


図 3-2 無向グラフ  $G_a$

- (a) 図 3-2 の無向グラフ  $G_a$  について, (i) 頂点次数の最大値, (ii) 頂点次数の総和, (iii) グラフの直径の値, (iv) 直径を与えるすべての頂点対, を答えなさい. 図 3-2 に記された辺の重み (コスト) はここでは無視をする.
- (b) 無向グラフ  $G_a$  の辺の重みをコストと考えたとき,  $G_a$  の最小全域木 (minimum spanning tree) を求め, 最小全域木の辺集合とコスト総和を記しなさい.
- (c) 図 3-3 の有向グラフ  $G_b$  のノード (頂点) 「ア」 から「サ」 へのネットワークフローを考え, 最小カットと最大フロー値を示しなさい. 有向辺 (アーク) の数字は容量とする.

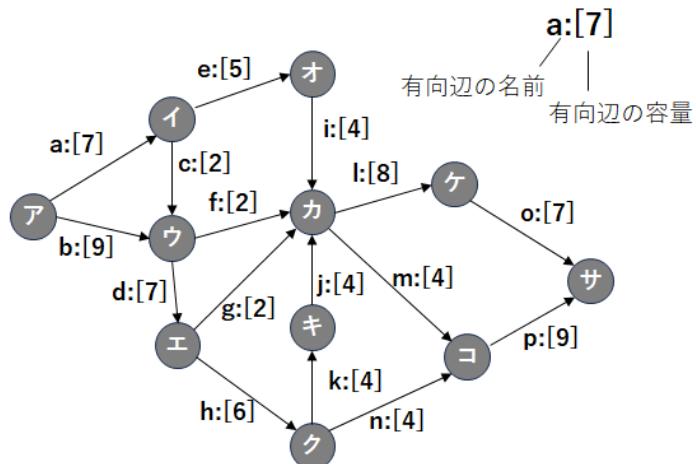


図 3-3 有向グラフ  $G_b$

問 3 終わり