

北海道大学
大学院情報科学学院情報科学専攻
システム情報科学コース 入学試験
修士課程

2024 年 8 月 27 日(火) 10:00～12:00

専門科目 1

受験上の注意

- ・「解答始め」の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
- ・ 受験中、机上には、受験票、鉛筆(黒)、シャープペンシル(黒)、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、時計(計時機能のみのもの)以外の所持品は置くことができない。ただし、監督員が別に指示した場合は、この限りでない。
- ・ 携帯電話等の情報通信機器類は、必ずアラームの設定等を解除した上で電源を切っておくこと。
- ・ 問題冊子は本表紙を含め6枚ある(2枚目は白紙)。試験開始後、問題冊子を確認し、不備(ページ欠落、汚れ、印刷の不鮮明など)があれば試験監督員に申し出ること。試験終了後、問題冊子は回収しない。
- ・ 解答用紙の枚数は2枚である。出題された3問中から2問を選択して、問題ごとに解答用紙を分けて解答すること。
- ・ 解答用紙の裏面を使用してもよいが、その場合には解答用紙表面右下の「☐裏面を使用」をチェックのこと。
- ・ 解答用紙に選択した問題の番号、受験番号の誤記、記入もれがないか、十分に確かめること。受験番号と選択した問題の番号を別紙の「選択問題チェック票」にも記入し、提出のこと。
- ・ 草案紙の枚数は2枚である。草案紙は回収しない。

システム情報科学コース 専門科目 1

問 1 (応用数学 I) 以下の各設問に答えなさい.

1-1) 行列 \mathbf{A} は次の条件 J を満たす n 次正方行列 ($n \geq 2$) とする. 次の各小問(a)~(c)に答えなさい.

条件 J: 行列を一行ずつ行ベクトルに分割したとき, 行ベクトルの各要素の和が 1 である.

すなわち, 行ベクトルとベクトル $\mathbf{e} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ の内積が 1 である.

- (a) \mathbf{A} の固有値の一つは 1 であることを示しなさい.
- (b) \mathbf{A} の逆行列 \mathbf{A}^{-1} が存在するとき, \mathbf{A}^{-1} が条件 J を満たすことを示しなさい.
- (c) \mathbf{A} の転置行列 \mathbf{A}^T の固有ベクトルの一つが $[1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ であるとき, \mathbf{A}^T が条件 J を満たすことを示しなさい.

1-2) ベクトル場 \mathbf{G} が以下のように与えられている. ただし, a は定数, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ はそれぞれ $+x$ 方向, $+y$ 方向, $+z$ 方向の単位ベクトルとする. \mathbf{G} が非回転的 ($\text{curl } \mathbf{G} = \nabla \times \mathbf{G} = \mathbf{0}$) であるとき, 次の各小問(a)~(c)に答えなさい.

$$\mathbf{G}(x, y, z) = (2x + ay \cos z)\mathbf{i} + (x \cos z)\mathbf{j} + (-axy \sin z)\mathbf{k}$$

- (a) 定数 a の値を求めなさい.
- (b) $\mathbf{G} = \nabla \varphi$ を満たすスカラー関数 φ を求めなさい.
- (c) 点 $(0, 0, 0)$ から点 $(1, 2, \pi)$ へ向かう任意の経路を C とするとき, 次の線積分を求めなさい.
ここで, $d\mathbf{r}$ は線素ベクトルとする.

$$\int_C \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$$

問 1 終わり

問 2 (応用数学Ⅱ) 以下の各設問に答えなさい.

2-1) 次の微分方程式 (a), (b)それぞれの一般解を求めなさい.

$$(a) \quad x \tan \frac{y}{x} + y - x \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(b) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases}$$

2-2) 次の小問(a), (b)に答えなさい.

(a) 関数 $f(t)$ が, 任意の t に対して $f(t+p) = f(t)$, (p は正の定数)を満たすとき, $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ が次式で与えられることを示しなさい.

$$F(s) = \frac{1}{1 - e^{-ps}} \int_0^p f(t) e^{-st} dt$$

(b) $f(t) = |\sin t|$ のラプラス変換を求めなさい.

2-3) 関数 $g(t)$ が, 任意の t に対して $g(t+X) = g(t)$, (X は正の定数)を満たすとき, $g(t)$ のフーリエ級数展開を次式で表すこととする.

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{X} t\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{X} t\right) \right]$$

次の関数 $g(t)$ に対する a_0, a_n, b_n を求めなさい.

$$\begin{cases} g(t) = t^2 + t & (-1 \leq t < 1), \\ g(t+2) = g(t). \end{cases}$$

問 2 終わり

システム情報科学コース 専門科目 1

問 3 (情報学基礎) 以下の各設問に答えなさい。

3-1) 以下の小問 (a) ~ (j) に答えなさい。

- (a) 順列 ${}_7P_4$ の数値を記しなさい
- (b) 復元抽出の重複組合せ ${}_7H_4$ の数値を記しなさい。
- (c) $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, d, e\}$ のとき, $|A \times B|$ を記しなさい。
- (d) 全体集合 $U = \{x | x \text{ は } 10 \text{ 以下の自然数}\}$ とその部分集合に関して, $A = \{x \in U | x \text{ は奇数}\}$, $B = \{3, 6, 9\}$ のとき, $A \cap \overline{B}$ の外延的記述を記しなさい。
- (e) 10 進数 137 を 8 進数で表記しなさい。
- (f) 16 進数 $1C7_{(16)}$ を 8 進数で表記しなさい。
- (g) $(3x - 4y)^5$ の x^3y^2 の項の係数を求めなさい。
- (h) 6 頂点の完全グラフ K_6 の次数の総和を求めなさい。
- (i) 6 頂点の木の構造は何種類あるか. その数を記しなさい. ただし, 頂点の区別はしないものとする。
- (j) 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ の上の関数 f, g が $f(x) = 5 - x$, $g(x) = (x + 3) \bmod 6$ と与えられているとき, $g^{-1} \circ f \circ g(2)$ を求めよ. ただし, $A \bmod B$ は, A を B で割った余り (剰余) を表している。

3-2) 図 3-1 に示す論理回路について, 以下の小問 (a) ~ (d) に答えなさい。

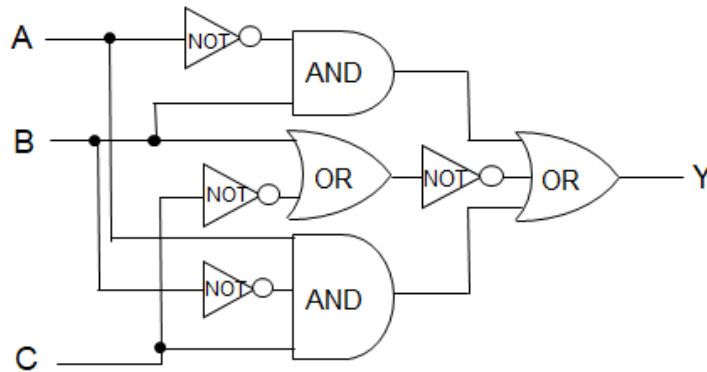


図 3-1 論理回路

- (a) 論理回路の入力 (A,B,C) が (0,0,0), (1,1,1), (1,0,1) の場合それぞれについて出力 Y の値を述べよ。
- (b) 論理回路と対応したブール表現を示しなさい。
- (c) (b) で示したブール表現を簡略化された基本積の和の形式で示しなさい。
- (d) (c) で簡略化されたブール表現を NAND ゲートのみ, もしくは NOR ゲートのみで構成した論理回路図を示しなさい。

次ページに続く

3-3) グラフに関する以下の小問 (a) ～ (c) に答えなさい。

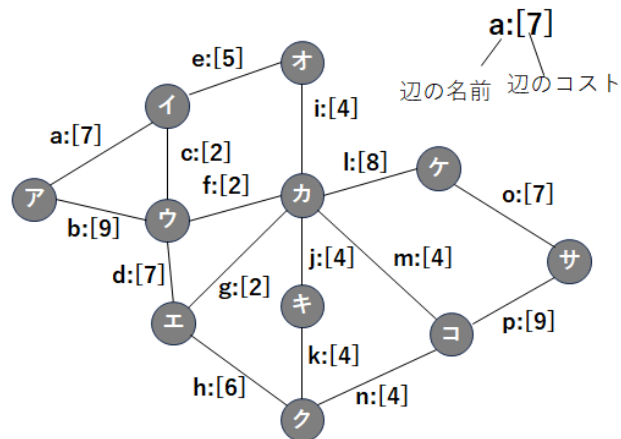


図 3-2 無向グラフ G_a

- (a) 図 3-2 の無向グラフ G_a に関して, (i) 頂点次数の最大値, (ii) 頂点次数の総和, (iii) グラフの直径の値, (iv) 直径を与えるすべての頂点对, を答えなさい. 図 3-2 に記された辺の重み (コスト) はここでは無視をする.
- (b) 無向グラフ G_a の辺の重みをコストと考えたとき, G_a の最小全域木 (minimum spanning tree) を求め, 最小全域木の辺集合とコスト総和を記しなさい.
- (c) 図 3-3 の有向グラフ G_b のノード (頂点) 「ア」から「サ」へのネットワークフローを考え, 最小カットと最大フロー値を示しなさい. 有向辺 (アーク) の数字は容量とする.

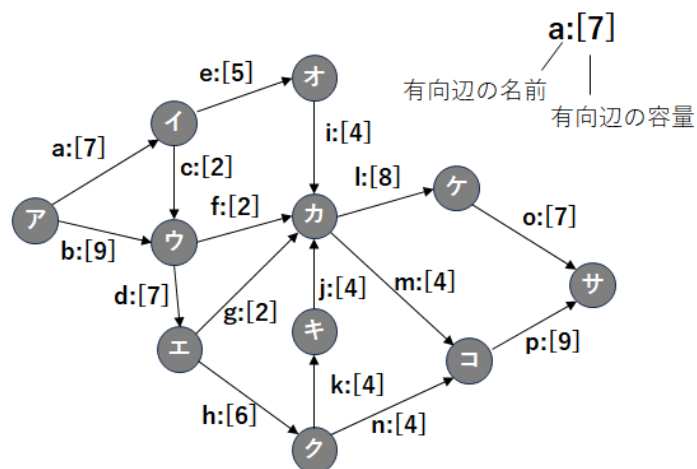


図 3-3 有向グラフ G_b

問 3 終わり