北海道大学
大学院情報科学院情報科学専攻
システム情報科学コース 入学試験
修士課程

2025 年 8 月 25 日(月) 10:00～12:00

専門科目 1

受験上の注意

- 「解答始め」の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと.
- 受験中，机上には，受験票，鉛筆(黒)，シャープペンシル(黒)，消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，時計(計時機能のみのもの)以外の所持品は置くことができない．ただし，監督員が別に指示した場合は，この限りでない.
- 携帯電話等の情報通信機器類は，必ずアラームの設定等を解除した上で電源を切っておくこと.
- 問題冊子は本表紙を含め6枚ある(2枚目は白紙)．試験開始後，問題冊子を確認し，不備(ページ欠落，汚れ，印刷の不鮮明など)があれば試験監督員に申し出ること．試験終了後，問題冊子は回収しない.
- 解答用紙の枚数は2枚である．<u>出題された3問中から2問を選択して</u>，問題ごとに解答用紙を分けて解答すること.
- 解答用紙の裏面を使用してもよいが，その場合には解答用紙表面右下の「□裏面を使用」をチェックのこと.
- 解答用紙に選択した問題の番号，受験番号の誤記，記入もれがないか，十分に確かめること．受験番号と選択した問題の番号を別紙の「選択問題チェック票」にも記入し，提出のこと.
- 草案紙の枚数は2枚である．草案紙は回収しない.

システム情報科学コース　専門科目 1

問1（応用数学 I） 以下の各設問に答えなさい．

1-1) 次の実行列 $\boldsymbol{A}$ について，次の各小問(a)～(c)に答えなさい．ただし，$a>0, b>0$ とする．

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & a & b \\ 0 & c & a \end{pmatrix}$$

(a) $\boldsymbol{A}$ のすべての固有値と対応する固有ベクトルを求めなさい．

(b) $\boldsymbol{A}$ が対角化可能であるために a, b, c が満たすべき条件を理由とともに示しなさい．

(c) $c=1$ として，$\lim_{n\to\infty}\boldsymbol{A}^n$ が零行列となる a, b の範囲を求めなさい．

1-2) スカラー場 f が $f(x,y,z)=(x+q)y+xz^3$ で与えられている．q は定数であり f の勾配 $\boldsymbol{G}=\nabla f$ の大きさは $(x, y, z)=(2, 0, 0)$ の位置で 0 となる．次の各小問(a)～(c)に答えなさい．

(a) 定数 q の値を求めなさい．

(b) $\boldsymbol{G}$ の発散（$\nabla\cdot\boldsymbol{G}$）と回転（$\nabla\times\boldsymbol{G}$）をそれぞれ求めなさい．

(c) S を $x^2+y^2\le r^2$，$0\le x$，$0\le y$，$0\le z\le 2$（1/4 円柱）の境界面とし，以下に示す面積分を求めなさい．ただし，r は正の定数，$\boldsymbol{n}$ は 1/4 円柱の外側を向く S 上の単位法線ベクトル，dA は面素とする．

$$\iint_S \boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{n}dA$$

問1　終わり

システム情報科学コース　専門科目１

問２（応用数学Ⅱ）　以下の各設問に答えなさい.

2-1)　次の微分方程式 (a), (b)それぞれの一般解を求めなさい.

(a) $\dfrac{dy}{dx} = y^2 - 4$

(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 = 0$

2-2)　次の小問(a), (b)に答えなさい.

(a) 関数$f(t)$はラプラス変換 $\mathcal{L}(f(t))$ が可能であり，それを $F(s)$とする.
$\mathcal{L}\left(\int_0^t f(\tau)d\tau\right)$が存在する場合，十分大きな実部を持つ$s$に対して，
次式が成立することを示しなさい.

$$\mathcal{L}\left(\int_0^t f(\tau)d\tau\right) = \frac{1}{s}F(s)$$

(b) ラプラス変換を用い次の微分方程式を解きなさい. ただし，$x = 0$で$y = 1$とする.

$$\frac{dy}{dx} + 3y + 2\int_0^x y(\xi)d\xi = 0$$

2-3)　周期2πの連続な周期関数$g(t)$のフーリエ級数展開を次式で表すこととする.
次の小問(a), (b)に答えなさい.

$$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n\cos(nt) + b_n\sin(nt)]$$

(a) a_0, a_n, b_nを用いて，次式で示す，周期関数$g(t)$の平均$\overline{g(t)}$ を表しなさい.

$$\overline{g(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} g(t)dt$$

(b) フーリエ級数展開を$n = N$ までで打ち切ったものを$g_N(t)$ とする.
$g(t), a_0, a_n, b_n$ $(n = 1, \ldots, N)$を用いて次式で示す積分 I_Nを表しなさい.

$$I_N = \int_{-\pi}^{\pi}\{g(t) - g_N(t)\}^2 dt$$

問２終わり

システム情報科学コース 専門科目1

問3（情報学基礎） 以下の 3-1)〜3-5) の設問に答えなさい．
※ 3-3)〜3-5) の問題文は次ページにある．

3-1) 次の (a)〜(e) の小問に答えなさい．

(a) 全体集合 $U=\{x \mid x$ は $1 \leq x \leq 10$ の整数$\}$ に対して，その部分集合 $A=\{2,5,6,8\}$, $B=\{x \mid x=2y-3,\ x \in U,\ y \in A\}$ および $C=\{x \mid x=y-1,\ x \in U,\ y \in A\}$ が与えられているとする．集合 $(\overline{A} \cup B) \setminus \overline{C}$ を外延的形式で示しなさい．

(b) 2つの集合 $X=\{1,2,3,4,5\}$, $Y=\{1,2,3,4\}$ に対して，次の関係 R_f で定義される関数 $f: X \to Y$ を考える．

$$R_f=\{(1,4),(2,1),(3,2),(4,2),(5,1)\} \subseteq X \times Y$$

関数 f は（ア）単射だが全射でない,（イ）全射だが単射でない,（ウ）全単射,（エ）単射でも全射でもない，のどれに該当するか．答えなさい．

(c) $(2x+5y)^7$ を展開したとき，x^5y^2 および x^4y^3 の係数をそれぞれ a および b とする．このとき，a/b を求めなさい．

(d) 10 進数 189 を 2 進数に変換しなさい．

(e) 16 進数 $2B8_{(16)}$ を 8 進数に変換しなさい．

3-2) 3つの命題 p, q, r から作られる次の2つの合成命題 $s(p,q,r)$, $t(p,q,r)$ を考える．

$$s(p,q,r)=(p \vee \sim q) \to (\sim q \to r)$$
$$t(p,q,r)=(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim r$$

ここで $\sim p$ は命題 p の否定を表す．次の (a) および (b) の小問に答えなさい．

(a) 合成命題 $s(p,q,r)$, $t(p,q,r)$ の真理値表を作成しなさい．

(b) 次の (i)〜(iv) について，正しいものには○を，正しくないものには×を答えなさい．

(i) $s(p,q,r) \vee \sim t(p,q,r)$ はトートロジー（恒真命題）である．

(ii) $\sim s(p,q,r) \to t(p,q,r)$ はトートロジー（恒真命題）である．

(iii) $t(p,q,r) \to \sim s(p,q,r)$ はトートロジー（恒真命題）である．

(iv) $\sim s(p,q,r) \wedge t(p,q,r)$ は命題 p, q の合成命題として記述できる．

次ページに続く

3-3) 4 つのブール変数 x, y, z, w からなる次のブール表現 $E(x, y, z, w)$ を考える．

$$E(x, y, z, w) = xw + xy'w + (xz')'w + (x' + z)'(y + y'w')$$

ここで x' はブール変数 x の逆（否定）を表す．次の **(a)〜(c)** の小問に答えなさい．

(a) $E(x, y, z, w)$ のカルノー図を示しなさい．

(b) $E(x, y, z, w)$ を最も簡単化された基本積の和の形式で示しなさい．

(c) $E(x, y, z, w)$ を NAND ゲートのみを用いた論理回路で図示しなさい．

3-4) 頂点数が 3 以上で多重辺をもたない連結平面グラフを考える．頂点数を n，辺数を m，グラフにより分割されて得られる領域の数を f とする．次の **(a)** および **(b)** の小問に答えなさい．

(a) $3f \leq 2m$ が成立することを示しなさい．

(b) $3f \leq 2m$ およびオイラーの公式を用いて，$m \leq 3n - 6$ が成立することを示しなさい．

3-5) 図 3-1 の各有向辺に非負の容量が割り当てられている有向グラフ（ネットワーク）に対して，始点（ソース）を頂点 a，終点（シンク）を頂点 m としたネットワークフローを考える．次の **(a)〜(c)** の小問に答えなさい．なお，頂点 x から頂点 y への有向辺は (x, y) と記述しなさい．

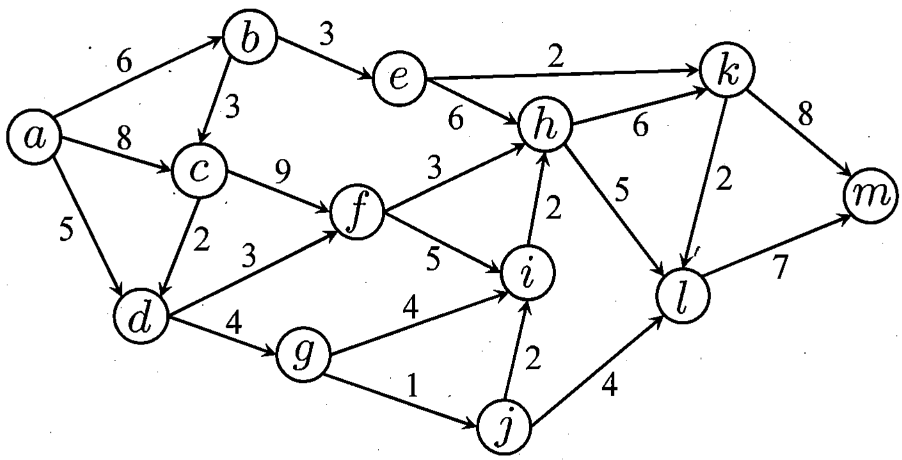

図 3-1　ネットワーク

(a) この小問のみ，すべての有向辺の容量を 1 とする．正の次数（出次数，outdegree）と負の次数（入次数，indegree）の和が最大となる頂点を求めなさい．

(b) カットの例を一つ挙げなさい．また，挙げたカットの容量を求めなさい．

(c) 最大フローを各有向辺に非負の値を割り当てた有向グラフとして図示しなさい．また，最小カットおよび最大フロー値を求めなさい．

問 3 終わり