北海道大学
大学院情報科学院情報科学専攻
システム情報科学コース 入学試験
修士課程

2023 年 8 月 24 日(木) 13:00～15:00

専門科目 2

受験上の注意

- 「解答始め」の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと.
- 受験中，机上には，受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，時計（計時機能のみのもの）以外の所持品は置くことができない．ただし，監督員が別に指示した場合は，この限りでない.
- 携帯電話等の情報通信機器類は，必ずアラームの設定等を解除した上で電源を切っておくこと.
- 問題冊子は本表紙を含め6枚ある（2枚目は白紙）．試験開始後，問題冊子を確認し，不備（ページ欠落，汚れ，印刷の不鮮明など）があれば試験監督員に申し出ること．試験終了後，問題冊子は回収しない.
- 解答用紙の枚数は2枚である．出題された4問中から2問を選択して，問題ごとに解答用紙を分けて解答すること.
- 解答用紙の裏面を使用してもよいが，その場合には解答用紙表面右下の「□裏面を使用」をチェックのこと.
- 解答用紙に選択した問題の番号，受験番号の誤記，記入もれがないか，十分に確かめること．受験番号と選択した問題の番号を別紙の「選択問題チェック票」にも記入し，提出のこと.
- 草案紙の枚数は2枚である．草案紙は回収しない.

システム情報科学コース　専門科目２

問１（力学）

図１-１のように，半径aの円板状の滑車に糸をかけて両側に質量m_1, m_2のおもりW_1, W_2をつける．滑車は，中心Ｏを通り紙面に垂直な軸周りに回転し，その回転軸周りの慣性モーメントがJである．ただし，滑車は密度が非一様で中心Ｏから距離bの位置に重心Ｇがあり，滑車の質量はMである．糸は十分に長く，たるまないものとする．糸の質量は無視でき，糸と滑車はすべらないものとする．滑車は滑らかに回転し，空気抵抗は無視できるものとする．中心Ｏを原点として水平方向にx軸，鉛直方向にy軸を設定する．重力はy軸の負方向に働き，重力加速度の大きさは$g(>0)$である．x軸と線分OGのなす角をθとし，その符号は反時計回りを正とする．$\theta = 0$の位置から滑車を静かに離したときの運動について，以下の設問に答えなさい．

1-1)　重心Ｇを通り回転軸に平行な軸周りの滑車の慣性モーメントをIとするとき，回転軸周りの慣性モーメントJを，I, M, bを用いて表しなさい．

1-2)　おもりW_1, W_2と滑車との間の張力の大きさをそれぞれT_1, T_2とするとき，おもりW_1, W_2の運動方程式および滑車の回転に関する運動方程式を求めなさい．

1-3)　２つのおもりの質量が同じとき，滑車の回転速度$\dot{\theta}$の最大値$\omega_{\max}$を求めなさい．ただし，$m_1 = m_2 = m$として，m_1とm_2はmで記載すること．

1-4)　２つのおもりの質量が異なるときの運動を考える．ただし，$m_1 > m_2$とする．

(a) 系全体の運動エネルギーKおよび位置エネルギーUを求めなさい．ただし，運動開始時の位置エネルギーが０となるように定めること．

(b) $(m_1 - m_2)a > Mb$のとき，滑車は一方向へ単調に回転することを示しなさい．

(c) $\pi(m_1 - m_2)a = 2Mb$のとき，滑車の運動は$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0$の範囲にとどまることを示しなさい．

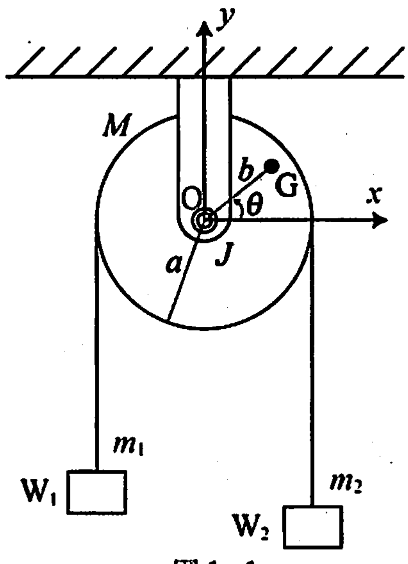

図１-１

問１終わり

システム情報科学コース　専門科目２

問２（電気回路） 以下の各設問に答えなさい．

2-1) 図2-1 に示す直流回路について，抵抗$R[\Omega]$に流れる電流I_Rを，Rを用いて表しなさい．

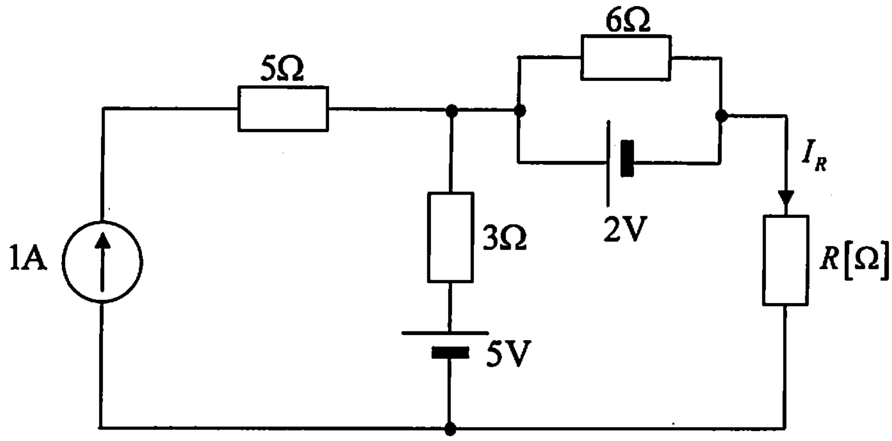

図2-1

2-2) 図2-2 のように抵抗R，インダクタL，可変キャパシタCからなる負荷に，角周波数ωの正弦波交流電圧源を加えた．以下の各小問に答えなさい．

(a) 電源電圧eと電源から流れる電流iの位相差が$\dfrac{\pi}{4}[\mathrm{rad}]$となるための可変キャパシタの条件を，$R, L, \omega$を用いて表しなさい．ただし，$\omega L > R$とする．

(b) 電源から見た回路の合成アドミタンスの大きさが最小となるための可変キャパシタの条件を，R, L, ωを用いて表しなさい．また，このとき負荷の力率はどうなるかを示しなさい．

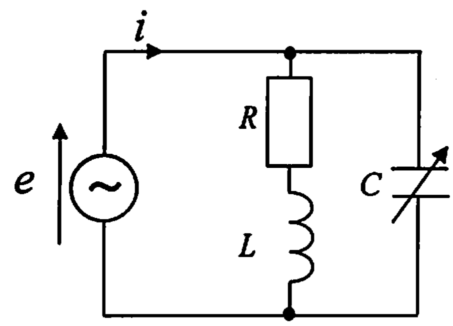

図2-2

2-3) 図2-3 のように，抵抗R_1, R_2, R_3，キャパシタC_1, C_2，直流電源Eからなる回路において，スイッチS_1，S_2が閉じた状態で定常状態にある．以下の各小問に答えなさい．

(a) キャパシタC_1, C_2に蓄えられている電荷Q_{10}, Q_{20}を求めなさい．解答にあたっては，記号$E, R_1, R_2, R_3, C_1, C_2$を用いてよい．

(b) 時刻$t = 0\,\mathrm{s}$においてスイッチS_1，S_2を同時に開いた．キャパシタC_1, C_2の両端の電圧v_1, v_2を時間tの関数として求めなさい．解答にあたっては，小問(a)の記号Q_{10}, Q_{20}を用いてよい．

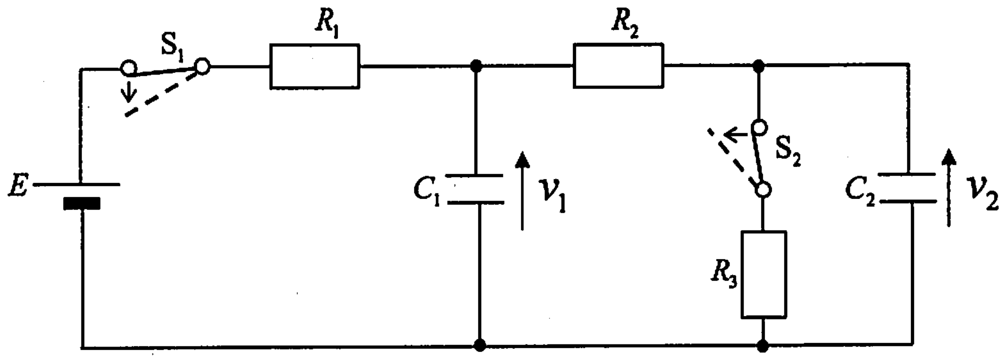

図2-3

問２　終わり

システム情報科学コース 専門科目 2

問 3（電磁気学） 以下の各設問に答えなさい．

3-1) 次の小問 **(a)**～**(c)** に答えなさい．ただし，各小問の電流は透磁率 μ_0 [H/m] の空間中に存在している．

(a) 図 3-1(a) のように，長さ ℓ [m] の線分 XY に電流 I [A] が流れている．点 X，Y からそれぞれ距離 a [m] 離れている点 O における磁束密度 B [T] を求めなさい．ただし，$\angle XOY = \theta$ [rad] とする．

(b) 図 3-1(b) のように，正 n 角形（図では $n = 6$）の辺に電流 I [A] が流れている時の中心 O における磁束密度 B [T] を求めなさい．

(c) 図 3-1(b) の正 n 角形において，$n \to \infty$ の極限をとった時の中心 O における磁束密度 B [T] を求めなさい．

3-2) 図 3-2 のように，誘電率 ϵ_0 [F/m] の空間中に，半径 r_1 [m], r_4 [m] の同心導体球殻が存在している．そして，これらの導体球殻の間にも内半径 r_2 [m]，外半径 r_3 [m] の導体球殻が同心に置かれている．ただし，最内と最外の導体球殻の厚さは無視できるぐらい薄いとする．最内の導体球殻は接地されており，最外の導体球殻には電荷 Q [C] が帯電している．また，無限遠方の電位を 0 V とする．次の小問 **(a)**, **(b)** に答えなさい．

(a) 最外の導体球殻の電位 V_4 [V] を求めなさい．ただし，最内の導体球殻の帯電量を Q_1 [C] とする．

(b) 最内の導体球殻の帯電量 Q_1 [C] を，最外の導体球殻の帯電量 Q [C] および半径 r_1 [m], r_2 [m], r_3 [m], r_4 [m] を使って表しなさい．

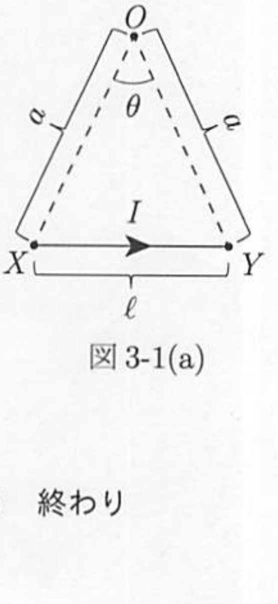

図 3-1(a)

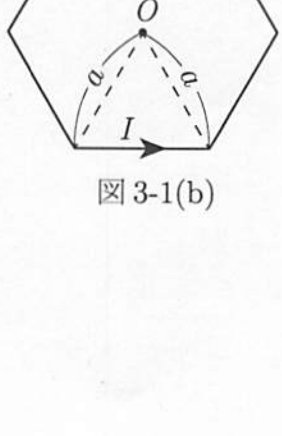

図 3-1(b)

図 3-2

問 3　終わり

システム情報科学コース 専門科目 2

問 4 (線形制御理論)

以下の各設問に答えなさい．ここで，$\dot{x}$ は x の時間微分を表すものとする．

4-1) 安定な伝達関数 $G_1(s) = \dfrac{as+4}{s^2+bs+4}$ に入力 $\cos(t)$ を加えた．ここで，a, b はある実定数である．十分時間が経過した後の出力は，入力に対し 90° 位相が遅れ，振幅は 1 となった．a と b の値を求めなさい．

4-2) 伝達関数 $G_2(s) = \dfrac{ps+1}{s^3+qs^2+s+(4-q)}$ を考える．ここで，p, q はある実定数である．次の各小問に答えなさい．

(a) 分子・分母の因子の相殺 (極ゼロ相殺) は起きないものと仮定する．$G_2(s)$ の最小実現 (可制御・可観測な状態空間表現) の可制御正準形を示せ．

(b) $G_2(s)$ が安定となる q の範囲を求めなさい．

(c) 図 4-1 の制御系が安定となるような，実数のゲイン K の範囲を求めなさい．ただし，p, q の値は $G_2(s)$ が安定となるように選ばれており，$G_2(s)$ のナイキスト線図は図 4-2 のように与えられているとする．

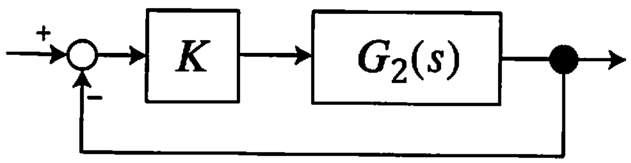

図 4-1

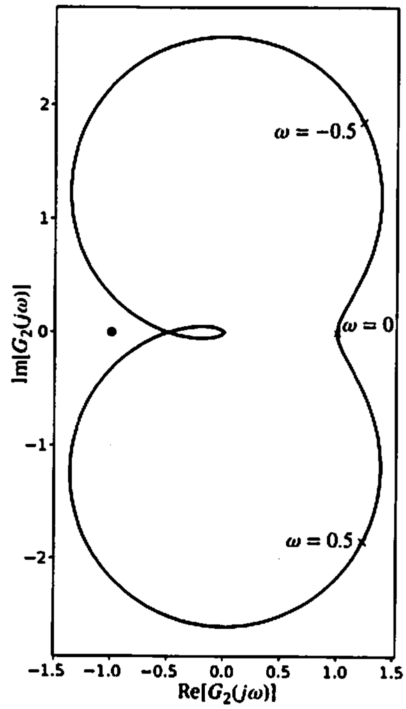

図 4-2

4-3) システム $\dot{x} = Ax + bu = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$ に対し，評価関数 $J = \displaystyle\int_0^\infty \left(x^\top Q x + ru^2\right) dt$ を考える．ただし，$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $r = 1$ である．この評価関数を最小とする最適制御問題を考え，代数 Riccati 方程式の正定対称解および最適レギュレータを求めなさい．

問 4 終わり