北海道大学
大学院情報科学院情報科学専攻
システム情報科学コース 入学試験
修士課程
2024 年 8 月 27 日(火) 13:00～15:00

専門科目 2

受験上の注意

- 「解答始め」の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと.
- 受験中，机上には，受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，時計（計時機能のみのもの）以外の所持品は置くことができない．ただし，監督員が別に指示した場合は，この限りでない.
- 携帯電話等の情報通信機器類は，必ずアラームの設定等を解除した上で電源を切っておくこと.
- 問題冊子は本表紙を含め７枚ある（２枚目は白紙）．試験開始後，問題冊子を確認し，不備（ページ欠落，汚れ，印刷の不鮮明など）があれば試験監督員に申し出ること．試験終了後，問題冊子は回収しない.
- 解答用紙の枚数は2枚である．出題された3問中から2問を選択して，問題ごとに解答用紙を分けて解答すること.
- 解答用紙の裏面を使用してもよいが，その場合には解答用紙表面右下の「□裏面を使用」をチェックのこと.
- 解答用紙に選択した問題の番号，受験番号の誤記，記入もれがないか，十分に確かめること．受験番号と選択した問題の番号を別紙の「選択問題チェック票」にも記入し，提出のこと.
- 草案紙の枚数は2枚である．草案紙は回収しない.

システム情報科学コース　専門科目２

問 1（力学）

図 1-1 のように，水平面上を運動する円板（質量 m，中心軸周りの慣性モーメント I，半径 a ）があり，その中心軸が壁面とバネ定数 k の軽いバネでつながっている．水平に x 軸をとり，バネが自然長のときの円板の中心の位置を x 軸の原点とする．鉛直下向きにはたらく重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗は無視できるものとする．以下の各設問に答えなさい．

1–1) 図 1-1(a)のように，円板を中心軸に固定して，回転しないようにした．円板を x 方向に x_0 だけ引っ張り，静かに手を離したところ，円板は水平面上を滑り，水平面から摩擦を受けながら振動した．円板と水平面との間の動摩擦係数を μ_d ，静止摩擦係数を μ_s とする．次の小問 (a)〜(c) に答えなさい．

(a) バネの収縮時および伸展時，それぞれの場合の円板の中心座標 x に関する運動方程式を求め，振動しているときの振動の周期 T_1 を m, k を用いて表しなさい．

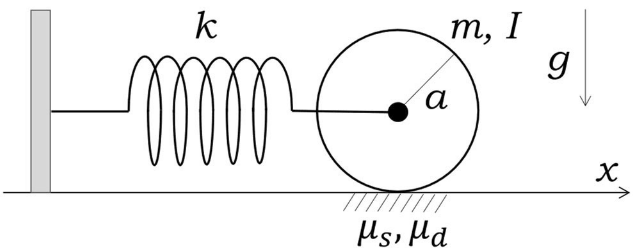
(b) 半周期あたりの振幅（バネの最大の伸縮量）の減少量を求めなさい．

(c) 非負整数 n について，最初に手を離したときを $n = 0$ とし，振動している円板が一旦静止して，運動の向きを変えて，再び動き出すごとに n を 1 増やすものとする．つまり，n は振動する円板が運動の向きを変えた回数である．円板が完全に静止して，振動しなくなったときの n を求めなさい．

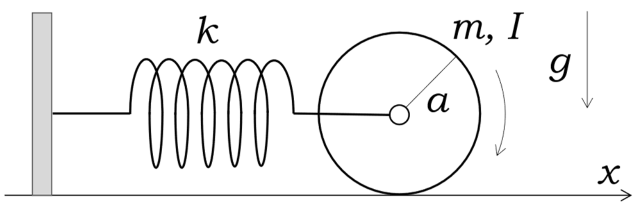
1–2) 図 1-1(b)のように，円板を中心軸周りに自由に回転できるようにした．円板を x 方向に引っ張り，静かに手を離したところ，円板は水平面上を滑らずに転がり，振動した．次の小問 (a)，(b) に答えなさい．

(a) 円板の面密度が均一であるものとして，中心軸周りの円板の慣性モーメント I を m, a を用いて表しなさい．

(b) 円板の中心座標 x に関する運動方程式を求め，振動の周期 T_2 を m, k を用いて表しなさい．



(a)



(b)

図 1-1

問 1 終わり

問２（電気回路） 以下の各設問に答えなさい．

2-1) 図 2-1 に示す直流回路について，電流 I_1 および I_2 を求めなさい．

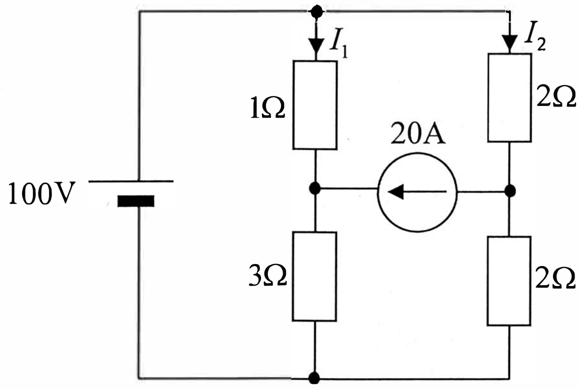


図 2-1

2-2) 図 2-2 の交流回路において，それぞれの電圧，電流の実効値は，$|\dot{V}_1| = 140\mathrm{V}$，$|\dot{V}_2| = 100\mathrm{V}$，$|\dot{I}| = 0.5\mathrm{A}$ であった．以下の各小問に答えなさい．

(a) 負荷に供給される有効電力を求めなさい．

(b) 負荷の力率を求めなさい．

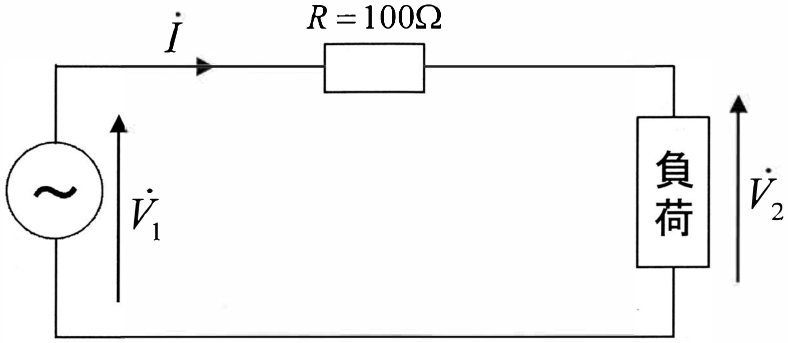


図 2-2

2-3) 図 2-3 において，時刻 $t = 0\,\mathrm{s}$ でスイッチ S_1，S_2 を同時に閉じた．ただし，スイッチを閉じる直前のキャパシタ C の端子電圧 v_C は V_0 であるとする．以下の各小問に答えなさい．

(a) C の端子電圧 v_C を時間 t の関数として求めなさい．

(b) スイッチを閉じた後も C の端子電圧が一定に保たれるためには，初期端子電圧 V_0 はどのような値でなければならないかを求めなさい．

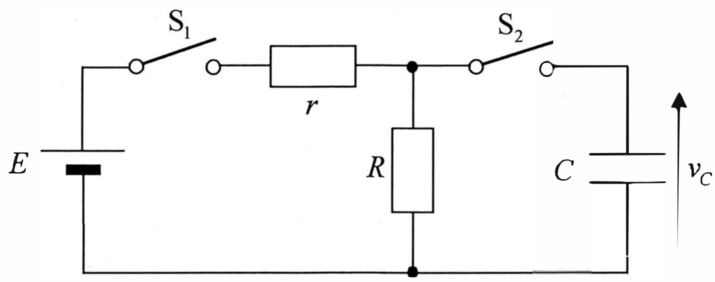


図 2-3

問２　終わり

システム情報科学コース 専門科目 2

問 3（電磁気学） 以下の各設問に答えなさい．ただし設問 3-1, 3-2 において，媒質の誘電率をε_0 [F/m]，透磁率をμ_0 [H/m]とする．

3-1）半径 a [m]，速度v [m/s]，電流I [A]の円柱状の荷電粒子ビームが，円柱の中心軸と平行な方向に流れている．荷電粒子ビームの電荷密度は一様と仮定する．このとき，荷電粒子ビームの表面と中心軸間の電位差 V [V]を求めなさい．

3-2）内半径a [m]，外半径b [m]の無限に長い中空円柱導体を考え，中心軸からの距離をr[m]とする．また中心軸をz軸とする(x, y, z)座標系を導入する．導体領域$a \le r \le b$を流れる電流がつくる磁束密度について，次の各小問に答えなさい．

(a)図 3-2(a)に示すような直流電流 I [A]が**中心軸方向**（z 軸方向）に一様に流れている．このとき磁束密度$\boldsymbol{B}$ [T]を求めなさい．

(b)図 3-2(b)に示すような直流電流が，中心軸（z 軸）の周りを**反時計方向**に一様に流れている．このとき磁束密度$\boldsymbol{B}$ [T]を求めなさい．ただし z 軸方向の単位長当りの電流を I [A/m]とする．

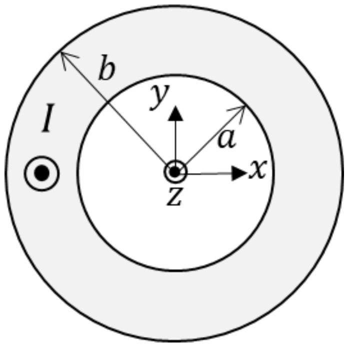


図 3-2(a)

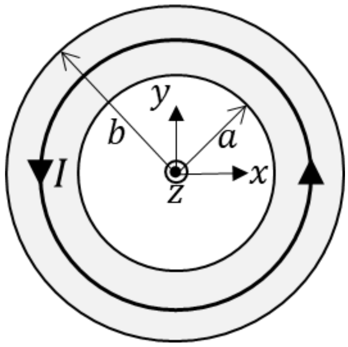


図 3-2 (b)

次ページに続く

3-3) 図 3-3(a)のように，導電率σ [S/m]，厚さw [m]の導体平板がコイル中にある．平板導体の中心に座標軸(x, y, z)を取る．導体平板はy, z 方向に十分広く，またコイルはy 方向に十分長いとする．導体外の領域は空気とする．z 方向の単位長当り N巻のコイルに電流振幅 I[A]，周波数f [Hz]の交流電流が流れている．導体および空気領域は真空の透磁率 μ_0 [H/m]を持ち，周波数は十分に低く，電磁誘導により導体中に発生する電流による磁界は無視できるとする．また系は定常状態とする．このとき次の各小問に答えなさい．

(a) 図 3-3(b)の点線で示す，x, y 方向の長さがそれぞれ $2x, 1$ [m]の長方形領域 Ω と鎖交する磁束Φ [Wb]を求めなさい．ただし$0 \leq x \leq w/2$とする．

(b) 電磁誘導により導体中に発生するy方向の電界の複素振幅 E_m[V/m] を x の関数として表しなさい．

(c) ジュール損失により発生する単位体積当りの平均電力P [W/m^3]は，次式で与えられる．

$$P = \frac{1}{2w}\int_{-w/2}^{w/2} \sigma |E_m|^2 \, dx$$

このとき Pは w, f, I, Nの 2 乗に比例することを示しなさい．

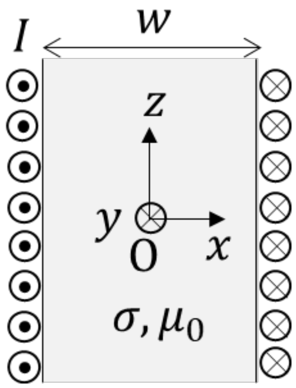


図 3-3(a)

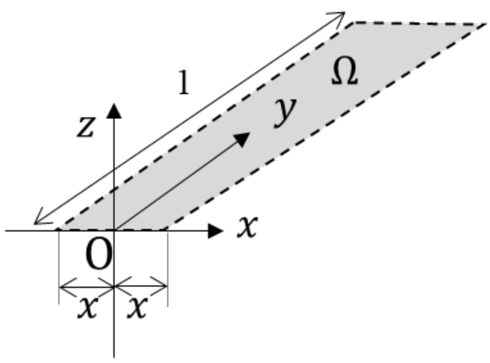


図 3-3(b)

問 3 終わり

システム情報科学コース 専門科目2

問4（線形制御理論）

以下の各設問に答えなさい．ここで，$\dot{\boldsymbol{x}}$ は $\boldsymbol{x}$ の時間微分を表すこととする．

4-1) 安定な伝達関数 $G(s) = \dfrac{as+b}{s^2+cs+2}$ を考える．ここで，a, b, c はある正の実定数である．この伝達関数に角周波数 $\omega = 1$ [rad/s] の正弦波を入力として印加したとき，出力の定常応答の位相は入力に比べて 45° 遅れた．このとき，b, c を用いて a を表しなさい．

4-2) 図4-1のフィードバック制御系を考える．制御対象 $P(s)$ の状態空間表現は

$$\text{状態方程式：}\quad \dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{p}}(t) = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{p}}(t) + \boldsymbol{b}_{\boldsymbol{p}}u(t) = \begin{bmatrix} p & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{p}}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}u(t)$$

$$\text{出力方程式：}\quad y(t) = \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{p}}(t) = \begin{bmatrix} q & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{p}}(t)$$

で表わされているとする．ここで，$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{p}}(t)$ は2次元状態ベクトル，$u(t)$ はスカラー入力，p, q はある実定数である．制御器 $C(s)$ は $C(s) = \dfrac{K}{s}$ の形で設計することとする．ここで，K はある実定数である．次の各小問に答えなさい．

(a) 制御対象 $P(s)$ の状態空間表現が可制御かつ可観測となる p, q の条件を求めなさい．

(b) この小問以降，$p = q = 1$ と仮定する．制御対象 $P(s)$ の可制御正準形および伝達関数を求めなさい．

(c) 図4-1のフィードバック制御系のゲイン余裕が20dBとなる K を求めなさい．

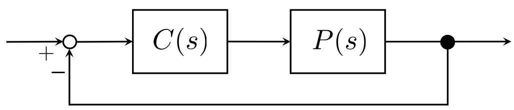


図4-1

4-3) 状態方程式 $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u$ で表される制御対象を考える．2次元状態ベクトル $\boldsymbol{x}$ は直接観測できるとする．この制御対象に対して，評価関数

$$J = \int_0^\infty \left(\boldsymbol{x}^\top \boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + u^2\right) dt, \quad \boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

を最小化する状態フィードバック $u = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}$ を求めることを考える．次の各小問に答えなさい．

(a) 代数リッカチ方程式の正定かつ対称となる解，および状態フィードバックゲイン $\boldsymbol{F}$ を求めなさい．

(b) 初期状態が $\boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ として与えられているとする．小問(a)で求めた状態フィードバックゲインを用いたときの評価関数 J の最小値を求めなさい．

問4終わり